

**Lehrplan für Bildungsgänge
die in zwei Jahren zur
Fachhochschulreife führen**

Mathematik

Schuljahr 1 und 2

**Lehrplan für kaufmännische
Bildungsgänge mit Mathematik
im Zusatzprogramm**

Vorbemerkungen

Mathematik ist Teil der Allgemeinbildung.

Mathematikunterricht soll den Schülerinnen und Schülern folgende Grunderfahrungen ermöglichen (Expertise zum Mathematikunterricht der gymnasialen Oberstufe der BLK: Borneleit et. al., 2000; Winter: Mathematik und Allgemeinbildung, 1996):

- Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur in einer spezifischen Art wahrnehmen und verstehen können (Mathematik und Alltagserfahrungen),
- Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln als geistige Schöpfungen, als deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen lernen und begreifen können (innermathematisches Arbeiten),
- in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten erwerben können, die über die Mathematik hinausgehen (heuristische Fähigkeiten).

Im Fach Mathematik werden die Schülerinnen und Schüler mit den Grundlagen der Analysis und mindestens einem weiteren Thema vertraut gemacht. Dabei stehen weniger die theoretischen Grundlagen im Vordergrund – vielmehr werden die mathematischen Inhalte vorwiegend anwendungsbezogen eingeführt und behandelt.

Ziel der einzelnen Lehrplaneinheiten ist es, die Schülerinnen und Schüler zu befähigen, Mathematik anzuwenden und sie auf ein Studium vorzubereiten. Deshalb wurden in die Lehrplanarbeit auch Vertreterinnen und Vertreter von Fachhochschulen in beratender Funktion einbezogen.

Die Fähigkeit, in Zusammenhängen zu denken, reale Vorgänge zu modellieren, Techniken des Problemlösens zu beherrschen sowie Ergebnisse darzustellen und zu interpretieren, werden zunehmend bedeutsamer.

In das Zentrum des Unterrichts treten daher verstärkt mathematische Fähigkeiten wie

- logisches und sprachliches Erfassen mathematischer Sachverhalte,
- mathematisches Modellieren realitätsbezogener Fragen,
- Plausibilitätsbetrachtungen,
- Wahl geeigneter Lösungsmethoden und Darstellungsformen,
- Interpretieren und Beurteilen von Ergebnissen und ihrer sinnvollen Genauigkeit,
- Argumentieren, Dokumentieren und Präsentieren.

Der Einsatz eines grafikfähigen Taschenrechners (GTR) ist eine notwendige Voraussetzung. Seine Verwendung soll die Konzentration auf das Wesentliche erleichtern, er steht aber nicht im Zentrum des Mathematikunterrichts. Weil Einschränkungen durch rechentechnische Hindernisse weitgehend entfallen, kann der Blick frei werden für die problemrelevanten mathematischen Fragestellungen.

Die Schülerinnen und Schüler sollen die in der Inhaltsspalte genannten Begriffe erläutern können. Sie können die Ideen beschreiben, die den verwendeten Rechenoperationen und Lösungsverfahren zugrunde liegen, und den Kalkül in einfachen Fällen ohne elektronische Hilfsmittel durchführen. Die Fertigkeit, aufwendige und komplexe Rechnungen von Hand durchzuführen, wird jedoch nicht verlangt.

Der Lehrplan legt keine chronologische Anordnung fest – vielmehr will er dazu anregen, thematische Schwerpunkte didaktisch miteinander zu verknüpfen. Die individuelle Gestaltung des Unterrichts soll sich an Leitideen orientieren, die in den Zeilen der folgenden Matrix dargestellt sind. Aus Zeitgründen wird es nicht möglich sein, im Unterricht alle Leitideen bei allen Inhalten zu behandeln, das heißt, die Matrix vollständig zu bearbeiten. Mathematische Inhalte und Methoden werden deshalb exemplarisch vertieft, sodass jede Zeile und jede Spalte der Matrix genügend oft besetzt wird, um die Schülerinnen und Schüler zu befähigen, das Erlernete auf andere Fragestellungen zu übertragen.

Leitideen	Analysis							Kosten- theorie
	Funktionaler Zusammenhang, Schaubild einer Funktion	Globales und asymptotisches Verhalten, Symmetrie, Periodizität, Monotonie, Krümmungsverhalten	Durchschnittliche und momentane Änderungsrate, Steigung, Tangente	Integral als unendliche Summe	Ableitung, Stammfunktion Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	Optimierung	Flächenberechnung	Zusammenhänge zwischen Gesamtkosten, Stückkosten, Erlös
Berechnen näherungsweise mit GTR exakt ...								
Interpretieren von Ergebnissen von Schaubildern von Diagrammen von Fällen ...								
Argumentieren beschreiben begründen erklären ...								
Anwenden modellieren prüfen beurteilen ...								
Präsentieren schriftlich mündlich ...								

Lehrplanübersicht

Schuljahr	Lehrplaneinheiten	Zeitrichtwert	Gesamtstunden
1 und 2	Handlungsorientierte Themenbearbeitung (HOT)	25	
	1 Funktionen und ihre Schaubilder, zugehörige Gleichungen	50	
	2 Differential- und Integralrechnung	50	
	3 Kostentheorie	10	
	4 Projekt	15	150
	Zeit für Leistungsfeststellung und zur möglichen Vertiefung		50
			200

Handlungsorientierte Themenbearbeitung (HOT)**25**

Die Schülerinnen und Schüler bearbeiten Themen handlungsorientiert.

Z. B.
Projekt,
Fallstudie,
Planspiel,
Rollenspiel

Die Themenauswahl hat aus den nachfolgenden Lehrplaneinheiten unter Beachtung Fächer verbindender Aspekte zu erfolgen.

1 Funktionen und ihre Schaubilder, zugehörige Gleichungen**50**

Im Mittelpunkt dieser Lehrplaneinheit stehen Funktionen, ihre Schaubilder und die zugehörigen Gleichungen. Als ein zentrales Element der Analysis wird der Funktionsbegriff eingeführt. Wichtige Eigenschaften von Funktionen und ihren Schaubildern werden bei Polynom-, Exponential- und trigonometrischen Funktionen untersucht. Dabei werden Anwendungsbezüge, z. B. aus Wirtschaft, Naturwissenschaft und Technik berücksichtigt. Die Schülerinnen und Schüler lösen Gleichungen, die im Zusammenhang mit diesen Funktionen auftreten. Bei der Lösung setzen sie an geeigneten Stellen rechnerunterstützte sowie exakte Lösungsmethoden ein.

Die Inhalte dieser Lehrplaneinheit werden anhand der folgenden Funktionstypen und deren Linearkombinationen behandelt.

Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten

Polynomfunktionen

Exponentialfunktionen $f(x) = a e^{kx} + b$

Trigonometrische Funktionen

$$f(x) = a \sin(kx) + b$$

$$f(x) = a \cos(kx) + b$$

Funktionen

Begriffsbildung und Beschreibung

Verbal, durch Schaubild, durch Tabelle, algebraisch

Schreibweise z. B.

$$f : x \mapsto e^x ; x \in \mathbb{R} \text{ oder } f \text{ mit } f(x) = e^x ; x \in \mathbb{R}$$

$$K : y = \sin(x) ; x \in [0; 2\pi]$$

Anwendungsbeispiele: Bewegungsgesetze, Wachstumsvorgänge, Kostenfunktionen

Das Schaubild der Funktion

- globales Verhalten
-
- gemeinsame Punkte mit den Koordinatenachsen
- mit anderen Schaubildern
- Symmetrie zum Ursprung, zur y-Achse

Verwendung des GTR

Lage, Anzahl

Verschiebung und Streckung in x- und y-Richtung

Visualisierung mit dem GTR

Asymptotisches Verhalten

Auch z. B. bei f mit $f(x) = \frac{1}{x^2}$ mit $x \in \mathbb{R}^*$

Periodizität

Durchschnittliche Änderungsrate

Sekantensteigung, $m_s = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ *Lösen von Gleichungen*

Näherungsweise

Grafisch, experimentell, iterativ, mit GTR

Exakt

- Äquivalenzumformungen
- Lösungsformel
- Faktorisieren

Wurzeln, Logarithmus

Anwendungsbeispiel: pH-Wert

Einfache Gleichungen z. B.

$$x^3 - 5x^2 = 0, \quad e^{2x} - 2e^x = 0$$

2 Differential- und Integralrechnung

50

Mit Hilfe der Differential- und Integralrechnung gewinnen die Schülerinnen und Schüler vertiefte Kenntnisse über Funktionen und ihre Schaubilder. Die Ableitung an einer Stelle wird interpretiert sowohl als momentane Änderungsrate wie auch als Tangentensteigung. Die Schülerinnen und Schüler erkennen das Integral als unendliche Summe und erfahren den Zusammenhang zwischen Ableitungs- und Integralfunktion. Der Zusammenhang zwischen einer Funktion und ihrer Ableitungsfunktion einerseits sowie ihrer Stammfunktion andererseits wird auch an Schaubildern verdeutlicht. Einen Einblick in die Anwendungen der Differential- und Integralrechnung erhalten die Schülerinnen und Schüler anhand von Optimierungsproblemen und Berechnungen von Flächeninhalten. Hierzu sind Beispiele aus Wirtschaft, Naturwissenschaften und Technik besonders sinnvoll.

Die Inhalte dieser Lehrplaneinheit werden anhand der folgenden Funktionstypen und deren Linearkombinationen behandelt.

Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten

Polynomfunktionen

Exponentialfunktionen $f(x) = ae^{kx} + b$

Trigonometrische Funktionen

$$f(x) = a \sin(kx) + b$$

$$f(x) = a \cos(kx) + b$$

Propädeutik des Grenzwertbegriffs

- Differenzen-, Differentialquotient, momentane Änderungsrate, Ableitung einer Stelle x_0

Tangentensteigung, $f'(x_0)$

- Integral als unendliche Summe

Ober-, Untersumme, Trapezregel, $\int_a^b f(x) dx$

Berechnung von Ableitungswerten und bestimmten Integralen auch mit GTR

Ableitungs- und Stammfunktionen

- Berechnung von Ableitungsfunktionen
- Ermittlung von Stammfunktionen
- Zusammenhang zwischen den Schaubildern von f, f', f''
- Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung

Interpretation für reale Vorgänge

Verbindung von Differential- und Integralrechnung

Auf den Beweis kann verzichtet werden

Schaubilder und ihre Eigenschaften

- Steigungs- und Krümmungsverhalten
- Tangenten und Normalen
- Bestimmung von Funktionstermen aus Eigenschaften ihrer Schaubilder
LGS mit eindeutiger Lösung

Durch den Einsatz des GTR ist keine geschlossene Kurvendiskussion mehr erforderlich

Extrempunkte, Wendepunkte

Ansätze wie

$$f(x) = a x^3 + b x \text{ oder } f(x) = a + b \sin(2x)$$

Einsatz des GTR oder CAS

Anpassung von Kurven an Datenpunkte mit GTR

Anwendungsbeispiel: Kostentheorie

Anwendungen der Differential- und Integralrechnung

- Optimierungsprobleme
- Berechnung von Flächeninhalten mit Hilfe der Stammfunktionen
numerisch

Geometrische, physikalische, betriebswirtschaftlich Fragestellungen

Modellieren, Zielfunktion, Lösen, Bewerten

Auch mehrteilige Flächen, Flächen zwischen zwei Kurven

Mit GTR, experimentell

3 Kostentheorie**10**

In der Kostentheorie werden betriebswirtschaftliche Größen als funktionale Zusammenhänge beschrieben, analysiert und interpretiert. Die Schülerinnen und Schüler lernen, mit Fachbegriffen umzugehen, auftretende Fragestellungen grafisch und rechnerisch zu lösen und die Lösungen zu interpretieren.

Dieses Themengebiet kann als Anwendung in die Analysis integriert und immer wieder aufgegriffen werden. Der GTR ist dabei ein effizientes Hilfsmittel

Gesamtkosten, Stückkosten und Erlös als Funktionen

S-förmiger Verlauf beim Ansatz der Kosten

$$K : x \mapsto K(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

Konstanter Preis bei vollständiger Konkurrenz

Preis $p_N(x)$ beim Monopolisten

Zusammensetzung der Gesamtkosten

Zusammenhänge zwischen diesen Funktionen

- kostentheoretische Fragestellungen
- Interpretation

Gewinnzone

Betriebsoptimum, Betriebsminimum

Cournotscher Punkt

4 Projekt**15**

In einem Projekt lernen die Schülerinnen und Schüler ein weiteres mathematisches Thema kennen und erweitern so ihre Mathematikkenntnisse und runden sie ab.

Es können Themen aus dem Pflichtbereich vertieft, andere Themen, insbesondere mit beruflichen Anwendungsbezügen, aufgegriffen werden.

Mögliche Themen

Wirtschaftliche Anwendungen

Stochastik

Weitere Funktionsklassen

- gebrochen-rationale Funktionen
- Logarithmusfunktionen

Geschichte der Mathematik

