

KULTUS UND UNTERRICHT

Amtsblatt des Ministeriums für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg

Ausgabe C

LEHRPLANHEFTE
REIHE K Nr. 92
REIHE L Nr. 124
REIHE M Nr. 72

**Bildungsplan für die
Berufsoberschule**

Oberstufe der Berufsoberschule

Allgemeine Fächer

**Heft 3
Mathematik**

Schuljahr 1 und 2



**21. Juni 2017
Lehrplanheft 1/2017**

NECKAR-VERLAG

Inhaltsverzeichnis

- 1 Inkraftsetzung
- 2 Vorbemerkungen
- 5 Lehrplanübersicht

Auf den Inhalt des Hefts „Allgemeine Aussagen zum Bildungsplan“ wird besonders hingewiesen:

- Hinweise für die Benutzung
- Der Erziehungs- und Bildungsauftrag der beruflichen Schulen
- Der besondere Erziehungs- und Bildungsauftrag für die Oberstufe der Berufsoberschule
- Verzeichnis der Lehrplanhefte für die Berufsoberschule

Impressum

Kultus und Unterricht Ausgabe C Herausgeber	Amtsblatt des Ministeriums für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg Lehrplanhefte Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg; Postfach 10 34 42, 70029 Stuttgart
Lehrplanerstellung	Landesinstitut für Schulentwicklung, Berufliche Bildung, Heilbronner Str. 172, 70191 Stuttgart, Telefon (07 11) 66 42 – 4001
Verlag und Vertrieb	Neckar-Verlag GmbH, Klosterring 1, 78050 Villingen-Schwenningen Die fotomechanische oder anderweitig technisch mögliche Reproduktion des Satzes bzw. der Satzordnung für kommerzielle Zwecke nur mit Genehmigung des Verlages.
Bezugsbedingungen	Die Lieferung der unregelmäßig erscheinenden Lehrplanhefte erfolgt automatisch nach einem festgelegten Schlüssel. Der Bezug der Ausgabe C des Amtsblattes ist verpflichtend, wenn die betreffende Schule im Verteiler vorgesehen ist (Verwaltungs- vorschrift vom 8. Dezember 1993, K.u.U. 1994 S. 12). Die Lehrplanhefte werden gesondert in Rechnung gestellt. Die einzelnen Reihen können zusätzlich abonniert werden. Abbestellungen nur halbjährlich zum 30. Juni und 31. Dezember eines jeden Jahres schriftlich acht Wochen vorher beim Neckar- Verlag, Postfach 1820, 78008 Villingen-Schwenningen.

Das vorliegende LPH 1/2017 erscheint in der Reihe K Nr. 92, L Nr. 124, M Nr. 72
und kann beim Neckar-Verlag bezogen werden.



KULTUS UND UNTERRICHT

Amtsblatt des Ministeriums für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg

Stuttgart, 21. Juni 2017

Lehrplanheft 1/2017

Bildungsplan für die Berufsoberschule;
hier: Oberstufe der Berufsoberschule

Vom 21. Juni 2017 44-6512-2523/8/2

I.

Für die Berufsoberschule gilt der als Anlage
beigefügte Lehrplan.

II.

Der Lehrplan tritt
für das Schuljahr 1 am 1. August 2017,
für das Schuljahr 2 am 1. August 2018
in Kraft.

Im Zeitpunkt des jeweiligen Inkrafttretens tritt
der im Lehrplanheft 2/2009 veröffentlichte
Lehrplan in diesem Fach vom 29. Juli 2009
(Az. 45-6512-2523/4) außer Kraft.

Vorbemerkungen

Mathematikunterricht als Teil der Allgemeinbildung soll den Schülerinnen und Schülern folgende Grunderfahrungen ermöglichen:

- Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, Beruf und Arbeit in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen (Mathematik und Alltagserfahrungen),
- Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen (innermathematisches Arbeiten),
- in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten zu erwerben, die über die Mathematik hinausgehen (heuristische Fähigkeiten).¹

Denken in Zusammenhängen, Modellierung realer Vorgänge, Techniken des Problemlösens sowie Darstellung und Interpretation von Ergebnissen werden zunehmend bedeutsam. In das Zentrum des Unterrichts treten daher verstärkt die allgemeinen mathematischen Kompetenzen:

K1: Mathematisch argumentieren

K2: Probleme mathematisch lösen

K3: Mathematisch modellieren

K4: Mathematische Darstellungen verwenden

K5: Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

K6: Mathematisch kommunizieren

Die Schülerinnen und Schüler erwerben diese Kompetenzen anhand der mathematischen Inhalte des vorliegenden Lehrplans, die strukturiert werden durch zentrale Begriffe wie Funktion, Linearität, Approximation, Änderungsrate und Darstellung im Koordinatensystem. Der Lehrplan betont Lernen durch Visualisieren, begünstigt offene Konzepte und explorierendes Lernen und fördert das Herausstellen und Nutzen von Querverbindungen im Sinne von vernetzendem Lernen.

Zum Erreichen dieser Ziele leisten digitale Mathematikwerkzeuge wertvolle Dienste. Ihre Verwendung steht nicht im Zentrum des Mathematikunterrichtes, erleichtert aber die Konzentration auf die substanziellen mathematischen Fragestellungen. Ihr Potenzial „entfaltet sich im Mathematikunterricht

- beim **Entdecken** mathematischer Zusammenhänge, insbesondere durch interaktive Erkundungen beim Modellieren und Problemlösen,
- durch **Verständnisförderung** für mathematische Zusammenhänge, nicht zuletzt mittels vielfältiger Darstellungsmöglichkeiten,
- mit der Reduktion schematischer Abläufe und der **Verarbeitung größerer Datenmengen**,
- durch die Unterstützung individueller Präferenzen und Zugänge beim Bearbeiten von Aufgaben einschließlich der reflektierten Nutzung von **Kontrollmöglichkeiten**.²

¹ nach Winter, H., Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. In: Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik in der Mathematik Nr. 61, 1996, Seite 37 – 46

² Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.10.2012), Seite 12 und 13

In allen Lehrplaneinheiten begegnen die Schülerinnen und Schüler Problemstellungen, die sie mit Hilfe von Gleichungen und Gleichungssystemen bearbeiten sollen. Die benötigten Verfahren zum Lösen und zur Untersuchung der Lösungsmenge sind in der Lehrplaneinheit 1 beschrieben. Die Inhalte dieser integrativen Einheit sollen im Schuljahr 1 an geeigneten Stellen behandelt werden.

Außer an inhaltlichen Aspekten soll sich der Unterricht zu allen Lehrplaneinheiten vor allem auch an den zugrunde liegenden fundamentalen mathematischen Ideen orientieren.

Dies kann zum Beispiel für die Lehrplaneinheit 2 durch die folgende Matrix verdeutlicht werden.

Inhalte	Funktionsklassen	Potenz-funktionen	Polynom-funktionen	Exponential-funktionen	Trigonometrische Funktionen	...
Funktionale Zusammenhänge						
Symmetrie						
Verschiebung und Streckung						
Periodizität						
Asymptotisches Verhalten						
Fallunterscheidung						
Umkehrung						
Lösungsverfahren für Gleichungen						
...						

Die beschriebenen Inhalte sollen an mindestens einer Funktionenklasse so behandelt werden, dass sie auf die übrigen Funktionenklassen übertragen werden können. In der Matrix kommt dies dadurch zum Ausdruck, dass jede Zeile und jede Spalte mindestens einmal besetzt ist.

In zunehmendem Maße sollen die Schülerinnen und Schüler geeignete mathematische Verfahren selbst auswählen und ihre Ergebnisse selbst beurteilen. Die Dokumentation von Lösungsprozessen erfolgt in der Umgangssprache oder in der mathematischen Fachsprache, nicht aber in einer systemabhängigen Syntax. Symbolik und Regeln von Mengenlehre und Aussagenlogik werden soweit eingeführt und verwendet, wie dadurch mathematische Sachverhalte knapp und präzise dargestellt werden können.

Die Inhalte der Lehrplaneinheiten 3 und 7 ermöglichen den Schülerinnen und Schülern, mit Methoden der Differenzialrechnung und der Integralrechnung Funktionen zu bearbeiten und Modellierungen durchzuführen.

In den Lehrplaneinheiten 4, 5 oder 6 beschäftigen sich die Schülerinnen und Schüler mit einem weiteren Gebiet der Mathematik – Vektorgeometrie, Stochastik oder Anwendungen aus der Wirtschaft. Sie lernen zentrale Problemkreise dieses Gebietes und deren wesentliche Lösungsmethoden und Ergebnisse kennen.

Die Handlungsorientierte Themenbearbeitung bietet Raum für kleine Projekte, Fächer verbindende Ansätze, eigenverantwortliches Arbeiten, binnendifferenzierte Unterrichtseinheiten und den Einsatz kooperativer Lernformen. So können Lernsituationen geschaffen werden, die helfen Stärken zu nutzen und Kompetenzen auszubauen, um die durch die unterschiedlichen Bildungsbiografien der Schülerinnen und Schüler bedingte Heterogenität zu berücksichtigen und somit dem Ziel der individuellen Förderung Rechnung zu tragen.

Lehrplanübersicht

Schuljahr	Lehrplaneinheiten	Zeitrichtwert	Gesamtstunden	Seite
1	Handlungsorientierte Themenbearbeitung (HOT)	30		7
	1 Gleichungen	integrativ		7
	2 Funktionen und ihre Schaubilder	80		8
	3 Analysis	70	180	9
	Zeit für Leistungsfeststellung und zur möglichen Vertiefung		60	
2	Handlungsorientierte Themenbearbeitung (HOT)	30		11
	<i>Wahlthemen*</i>			
	4 Vektorgeometrie*	50		11
	5 Stochastik*	50		12
	6 Anwendungen aus der Wirtschaft*	50		13
	7 Vertiefung der Analysis	50		14
	8 Abschlussprojekt	50	180	15
	Zeit für Leistungsfeststellung und zur möglichen Vertiefung		60	
				480

* Eines dieser Wahlthemen ist zu behandeln.

Handlungsorientierte Themenbearbeitung (HOT)**30**

Die Schülerinnen und Schüler bearbeiten Themen handlungsorientiert.

Z. B.
Methoden des selbstorganisierten Lernens,
Eigenverantwortliches Arbeiten,
Kooperative Lernformen,
Projekte

Es wird auf eine bedarfsorientierte Binnen-
differenzierung geachtet.

1 Gleichungen**integrativ**

Den Schülerinnen und Schülern begegnen in den nachfolgenden Lehrplaneinheiten Problemstellungen, deren Bearbeitung auch das Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen erfordert. Bekannte Lösungsverfahren werden erweitert und ergänzt durch Methoden wie Faktorisierung, Substitution, grafische Verfahren und Gauß-Algorithmus. Auf der Basis der gelernten Methoden entscheiden die Schülerinnen und Schüler, ob eine Gleichung exakt oder nur näherungsweise lösbar ist, und wählen ein geeignetes Lösungsverfahren aus. Zudem beurteilen sie, ob die ermittelte Lösungsmenge vollständig ist.

Die Inhalte dieser integrativen Lehrplaneinheit werden nach Wahl der Fachlehrerinnen und Fachlehrer an geeigneten Stellen in die Lehrplaneinheiten 2 und 3 eingebracht.

Näherungsverfahren

- grafisch
- experimentell
- iterativ

Z. B. Erraten mit Probe
Z. B. Intervallhalbierung

Vollständigkeit der Lösungsmenge

Begründung z. B. mit Schaubild und Funktionstyp

Exakte Verfahren

- Lösungsformel
- Umkehrung von Rechenoperationen,
Äquivalenzumformungen
- Faktorisierung
- Substitution
- Symmetriebetrachtung

Satz vom Nullprodukt

Lösen von Ungleichungen mithilfe der Eigenschaften von Schaubildern und Funktionstermen

Gleichungssysteme

- der Gauß-Algorithmus bei linearen Gleichungssystemen
- Lösungsvielfalt von linearen Gleichungssystemen

Z. B. Bestimmung von Funktionstermen (Polynomfunktionen, Exponentialfunktionen, trigonometrische Funktionen)

2 Funktionen und ihre Schaubilder**80**

Die Schülerinnen und Schüler erweitern ihre Kenntnisse aus der Mittelstufe. Sie lernen die mathematische Fachsprache, abstrahierende Vorgehensweisen und den Funktionsbegriff kennen. Die Schülerinnen und Schüler können mathematische Sachverhalte sachlogisch dokumentieren, auch in der mathematischen Notation. Auf der Basis der gelernten Methoden begründen sie, ob ein Problem vollständig gelöst ist. Die Schülerinnen und Schüler untersuchen unter Verwendung von Funktionen und ihren Schaubildern Problemstellungen aus Wirtschaft, Technik und Naturwissenschaften.

Die Inhalte dieser Lehrplaneinheit werden anhand der unten aufgeführten Funktionstypen sowie deren Linearkombinationen, Produkte und Verkettungen behandelt.

Funktionstypen

- Potenzfunktionen (auch mit negativen und rationalen Exponenten)
- Polynomfunktionen
- Exponentialfunktionen
- Trigonometrische Funktionen

Z. B. Coulomb-Gesetz

Gewinn- und Kostenfunktionen
Wachstums- und Zerfallsprozesse
Schwingungen

Funktionen

- Begriffsbildung
- Beschreibung einer Funktion
verbal, grafisch, tabellarisch, algebraisch

Schreibweisen:

$$f: x \mapsto e^x; x \in \mathbb{R}$$

$$g \text{ mit } g(x) = \frac{1}{x}; x \in \mathbb{R}^*$$

$$K: y = \sin(x); x \in [0; 2\pi]$$

- Periodizität
- Monotonie
- Umkehrbarkeit, Umkehrfunktion

Spiegelung an der 1. Winkelhalbierenden
z. B. Wurzelfunktion, Logarithmusfunktion

Schaubild der Funktion

- globales Verhalten,
asymptotisches Verhalten

Schreibweisen z. B.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a \text{ oder } f(x) \rightarrow a \text{ für } x \rightarrow \infty;$$

$$f(x) \rightarrow \infty \text{ für } x \rightarrow b$$

- Symmetrie zum Ursprung, zur y-Achse
- gemeinsame Punkte mit den Achsen und mit anderen Schaubildern
- Verschiebung und Streckung in x- und in y-Richtung
- Spiegelung an den Koordinatenachsen

3 Analysis

70

Funktionen und ihre Ableitungen sind von zentraler Bedeutung, etwa bei der Beschreibung realer Vorgänge aus den angewandten Wissenschaften. Die Schülerinnen und Schüler nutzen die Werkzeuge der Differentialrechnung, um die Eigenschaften von Funktionen und ihren Schaubildern zu beschreiben. Sie können die Ableitung als Änderungsrate, als Tangentensteigung und als Mittel zur linearen Approximation interpretieren.

Propädeutik des Grenzwertbegriffs

- durchschnittliche und momentane Änderungsrate

Z. B. Durchschnitts- und Momentangeschwindigkeit, Durchschnitts- und Grenzkosten

- Differenzen- und Differenzialquotient
- Sekanten- und Tangentensteigung
- Ableitung an einer Stelle

$$m_s = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}; \quad m_t = \frac{dy}{dx} = f'(x_0)$$

Ableitungsfunktion

- Höhere Ableitungen
- Zusammenhang zwischen den Schaubildern von f , f' und f''
- grafisches Differenzieren

Ableitungsregeln

- Ableitung der Potenzfunktionen, der natürlichen Exponentialfunktion, der Sinus- und der Kosinusfunktion
- Summen- und Faktorregel
- Produktregel
- Kettenregel

Schaubilder und ihre Eigenschaften

- Extrempunkte
- Krümmungsverhalten, Wendepunkte
- Tangente und Normale

Eine geschlossene Kurvendiskussion ist nicht erforderlich; es werden die Eigenschaften je nach Problemstellung untersucht.

Bestimmung von Funktionen aus vorgegebenen Eigenschaften

Handlungsorientierte Themenbearbeitung (HOT)**30**

Die Schülerinnen und Schüler bearbeiten Themen handlungsorientiert.

Z. B.
Methoden des selbstorganisierten Lernens,
Eigenverantwortliches Arbeiten,
Kooperative Lernformen,
Projekte

Es wird auf eine bedarfsorientierte Binnen-
differenzierung geachtet.

*Wahlthemen***4 Vektorgeometrie****50**

Durch die Arbeit mit geometrischen Objekten im Anschauungsraum wird das räumliche Vorstellungsvermögen der Schülerinnen und Schüler gefördert. Sie nutzen Vektoren zur Beschreibung der Objekte und ihrer Lagebeziehungen. Die Schülerinnen und Schüler interpretieren die Lösungsvielfalt entstehender linearer Gleichungssysteme geometrisch. Sie verwenden das Skalarprodukt zur Berechnung von Abständen und Winkeln. Im Mittelpunkt stehen die vektorielle Beschreibung und die Interpretation der Ergebnisse und nicht aufwändige Berechnungen.

Rechenoperationen mit Vektoren

Addition

– Multiplikation mit einem Skalar

– Skalarprodukt

Betrag eines Vektors

Winkel zwischen zwei Vektoren

Orthogonalität

– Vektorprodukt

– Normalenvektor

– Flächeninhalt des aufgespannten Parallelogramms

$$\text{Arbeit } W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

Punkte und Punktfolgen im Anschauungsraum

– Darstellung im kartesischen Koordinatensystem

– Gerade, Strecke

– Ebene in Parameterdarstellung

– Ebene in parameterfreier Darstellung

Normalenform,

Hesse'sche Normalenform,

Koordinatenform

Lagebeziehungen zwischen Punkten, Geraden und Ebenen

- Identisch, parallel, windschief, Schnittpunkte, Schnittgeraden
- Spurpunkte, Spurgeraden, Achsenschnittpunkte
- Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen
- Schnittwinkel
- senkrechte Projektion von Punkten und Geraden auf eine Koordinatenebene
- Spiegelungen

Flächen und Volumina von Objekten im Raum

5 Stochastik

50

Die Schülerinnen und Schüler modellieren geeignete Situationen des Alltagslebens als Zufallsexperimente. Zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten wenden sie einfache Hilfsmittel aus der Mengenlehre und der Kombinatorik an. Sie untersuchen die Sachverhalte auch mithilfe von Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln und lösen damit Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten. Sie nutzen die Möglichkeit, zufallsabhängige Sachverhalte mithilfe von Zufallsgrößen zu beschreiben. Sie berechnen deren Kenngrößen und interpretieren die Ergebnisse. In Ausweitung und Vertiefung des Begriffs der Wahrscheinlichkeitsverteilung untersuchen und nutzen die Schülerinnen und Schüler insbesondere die Binomialverteilung und deren Kenngrößen. Durch das Testen von Hypothesen gewinnen die Schülerinnen und Schüler einen Einblick in Methoden der beurteilenden Statistik.

Zufallsexperimente

- Ergebnisse und Ereignisse
- relative Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten
- mehrstufige Zufallsexperimente
- Baumdiagramme
- kombinatorische Hilfsmittel

Z. B. Urnenmodelle, Ziehungsarten
Es ist nicht an eine ausführliche Behandlung der Kombinatorik gedacht.

- zusammengesetzte Ereignisse und Additionssatz
- Vierfeldertafel
- bedingte Wahrscheinlichkeiten
- Unabhängigkeit von Ereignissen

Zufallsvariable

- Wahrscheinlichkeitsverteilungen
- Erwartungswert

Varianz und Standardabweichung

Binomialverteilung

- Bernoulli-Ketten und Binomialverteilung
- Erwartungswert

Varianz und Standardabweichung einer Binomialverteilung

Testen von Hypothesen

- Links- und rechtsseitiger Test
- Fehler 1. Art
- Interpretation Fehler 2. Art

6 Anwendungen aus der Wirtschaft

50

Die Schülerinnen und Schüler modellieren wirtschaftliche Sachverhalte und können die daraus resultierenden Problemstellungen lösen. Sie nutzen Matrizen zur Beschreibung von Produktionsprozessen sowie bei der Anwendung des Leontief-Modells. Sie verwenden ein grafisches Verfahren zur Lösung wirtschaftlicher Optimierungsprobleme. Anstatt aufwändiger Berechnungen sollen Modellierungsprozesse sowie die Interpretation und die Bewertung von Ergebnissen in den Fokus des Unterrichts rücken.

Rechenoperationen mit Matrizen

- Addition
- Multiplikation mit einem Skalar
- Multiplikation von Matrizen
- Invertieren von Matrizen

Einfache Matrizengleichungen

Mehrstufige Produktionsprozesse

- Darstellung mit Tabelle, Matrix, Graf
- Bedarfs-, Kosten- und Gewinnermittlung

Leontief-Modell

- Verflechtungsdiagramm
- Input-Output-Tabelle
- Technologie-Matrix
- Leontief-Inverse
- Produktions- und Marktvektor

Lineare Optimierung

- Modellierung
- grafisches Verfahren
- Sonderfälle und Lösbarkeit

7 Vertiefung der Analysis

50

Die Schülerinnen und Schüler erarbeiten systematisch den Begriff der Stammfunktion sowie die Methoden der Integralrechnung. Sie deuten das Integral als Grenzwert eines Summationsprozesses sowie die Integration als Umkehrung der Differenziation und machen sich mit den vielfältigen Anwendungen der Integralrechnung vertraut. Sie nutzen die Differenzial- und Integralrechnung bei der Bearbeitung realer Probleme mithilfe des Modellierungskreislaufs. Dabei ist es ihnen möglich ihre selbstständig entwickelten Lösungswege zu interpretieren, zu kontrollieren und zu bewerten.

Stammfunktionen	Auch Stammfunktionen von f mit $f(x) = \frac{1}{x}$
Bestimmtes Integral	$\int_a^b f(x) dx$
– Deutung	Grenzwert eines Summationsprozesses, Anwendungen z. B. aus Physik, Wirtschaft, Biologie
– Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung	
– Integrationsregeln	
Summen- und Faktorregel	
Lineare Substitution	
– grafisches Integrieren	
– Anwendung des bestimmten Integrals	
Berechnung von Flächeninhalten	
Mittelwert	
Rotationsvolumen	Nur Rotation um x-Achse
Innermathematische Optimierungsprobleme als Anwendung der Differenzialrechnung	Z. B. minimaler Abstand, maximale Dreiecksfläche
Modellierung realer Probleme	
– Modellierungskreislauf	Z. B. Bevölkerungsentwicklung, Materialverbrauch, Wegeprobleme, physikalische Vorgänge, Fragestellungen aus der Finanzmathematik
– Optimierungsprobleme	

8 Abschlussprojekt**50**

Die Schülerinnen und Schüler erweitern zu einem oder mehreren Gebieten ihre mathematischen Kenntnisse und wenden sie an.

Mögliche Wahlthemen

Vektorgeometrie

Stochastik

Anwendungen aus der Wirtschaft

Übergangsprozesse

Komplexe Zahlen

Geschichte der Mathematik

etc.

