

Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg

**Lehrplan für Bildungsgänge
die in drei Jahren zur
Fachhochschulreife führen**

Mathematik

Schuljahr 1, 2 und 3

**Der Lehrplan tritt
für Schuljahr 1
am 1. August 2015,
für Schuljahr 2
am 1. August 2016,
für Schuljahr 3
am 1. August 2017 in Kraft.**

**Baden-
Württemberg**



Vorbemerkungen

Mathematikunterricht als Teil der Allgemeinbildung soll den Schülerinnen und Schülern folgende Grunderfahrungen¹ ermöglichen:

- Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur in einer spezifischen Art wahrnehmen und verstehen können (Mathematik und Alltagserfahrungen),
- Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln als geistige Schöpfungen, als deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen lernen und begreifen können (innermathematisches Arbeiten),
- in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten erwerben können, die über die Mathematik hinausgehen (heuristische Fähigkeiten).

Im Fach Mathematik werden die Schülerinnen und Schüler mit den Grundlagen der Analysis und weiteren Themen vertraut gemacht. Die mathematischen Inhalte werden nach Möglichkeit anwendungs- bzw. profilbezogen eingeführt und behandelt. Dabei steht genügend Zeit zur Festigung und Vertiefung grundlegender mathematischer Fertigkeiten zur Verfügung. Um die Schülerinnen und Schüler auf die Anforderungen eines Hochschulstudiums vorzubereiten, wurden in die Lehrplanarbeit auch Vertreterinnen und Vertreter von Hochschulen in beratender Funktion einbezogen.

Die Fähigkeit, in Zusammenhängen zu denken, reale Vorgänge zu modellieren, Techniken des Problemlösens zu beherrschen sowie Ergebnisse darzustellen und zu interpretieren, werden zunehmend bedeutsamer.

Deshalb orientiert sich der Mathematikunterricht in Bildungsgängen, die zur Fachhochschulreife führen, auch an den in den Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife formulierten mathematischen Kompetenzen:

- K1: Mathematisch argumentieren
- K2: Probleme mathematisch lösen
- K3: Mathematisch modellieren
- K4: Mathematische Darstellungen verwenden
- K5: Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen
- K6: Mathematisch kommunizieren

Der Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge (DMW) bietet eine wertvolle Unterstützung bei der Vermittlung der Inhalte und dem Erwerb dieser mathematischen Kompetenzen. Sie helfen beim Entdecken mathematischer Zusammenhänge, fördern das Verständnis durch Veranschaulichung und machen den Blick frei für problemrelevante mathematische Fragestellungen.

Die Schülerinnen und Schüler können die in der Inhaltsspalte genannten Begriffe erläutern und die Ideen beschreiben, die den verwendeten Rechenoperationen und Lösungsverfahren zugrunde liegen. Sie nutzen elementare Kenntnisse, um Rechnungen in einfachen Fällen auch ohne mathematische Hilfsmittel durchzuführen.

¹ Nach Winter, H. Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. In: Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik in der Mathematik Nr. 61, 1996, Seite 37 – 46

Der Lehrplan legt keine chronologische Anordnung der Inhalte fest – vielmehr will er dazu anregen, thematische Schwerpunkte didaktisch miteinander zu verknüpfen. Die individuelle Gestaltung des Unterrichts soll sich an den vorgestellten Kompetenzen orientieren, die in den Spalten der folgenden Matrix dargestellt sind. Diese Kompetenzen werden exemplarisch an Hand mathematischer Inhalte und Methoden vertieft. Jede Zeile und jede Spalte der Matrix wird genügend oft besetzt, damit die Schülerinnen und Schüler in der Lage sind, das Erlernete auf andere Fragestellungen zu übertragen.

		Kompetenzen					
		Mathematisch argumentieren	Probleme mathematisch lösen	Mathematisch modellieren	Mathematische Darstellungen verwenden	Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen	Mathematisch kommunizieren
Inhalte	Funktionen und zugehörige Gleichungen	Funktionale Zusammenhänge					
		Globales /asymptotisches Verhalten					
		Symmetrie					
		Periodizität					
		Verschiebung, Streckung					
		Lösen von Gleichungen					
		usw.					
	Lineare Gleichungssysteme	Lösungsverfahren					
		Lösungsvielfalt					
		usw.					
	Analysis	Änderungsverhalten und Steigung					
		Ableitungs- und Stammfunktionen					
		Durchschnittliche / momentane Änderungsrate					
		Tangenten					
		Kurvendiskussion					
		Bestimmung von Funktionen					
		Optimierungsprobleme					
		Integral und Flächeninhalt					
		usw.					

In Bildungsgängen, die zur Fachhochschulreife führen, befinden sich Schülerinnen und Schüler mit unterschiedlichen Bildungsbiographien. Die dadurch bedingte Heterogenität in den Lernvoraussetzungen erfordert es unter anderem Lernsituationen zu schaffen, die helfen Stärken zu nutzen und Kompetenzen auszubauen, um damit dem Ziel der individuellen Förderung gerecht zu werden.

Die Handlungsorientierte Themenbearbeitung (HOT) ermöglicht kleine Projekte, Fächer verbindende Ansätze, eigenverantwortliches Arbeiten, binnendifferenzierte Unterrichtseinheiten und den Einsatz kooperativer Lernformen.

ENTWURF

Lehrplanübersicht

Schuljahr	Lehrplaneinheiten	Zeitrichtwert	Gesamtstunden	Seite
1, 2 und 3	Handlungsorientierte Themenbearbeitung (HOT)	30		7
	1 Funktionen, ihre Schaubilder und zugehörige Gleichungen	65		7
	2 Lineare Gleichungssysteme	10		8
	3 Differenzial- und Integralrechnung	50		9
	4 Projekt	25	180	10
	Zeit für Leistungsfeststellung und zur möglichen Vertiefung		60	
			240	

ENTWURF

ENTWURF

Handlungsorientierte Themenbearbeitung (HOT)**30**

Die Schülerinnen und Schüler bearbeiten Themen handlungsorientiert. Insbesondere festigen und vertiefen sie bei der Behandlung der nachfolgenden Lehrplaneinheiten die vorhandenen grundlegenden mathematischen Fähigkeiten und Fertigkeiten kontinuierlich.

Z. B.
Methoden des selbstorganisierten Lernens
(Lernzirkel, Lerntheke, u. a.)
Kooperative Lernformen
Partneraufgaben
Projekte

Es wird auf eine bedarfsorientierte Binnendifferenzierung geachtet.

1 Funktionen, ihre Schaubilder und zugehörige Gleichungen**65**

Als ein zentrales Element der Analysis wird der Funktionsbegriff eingeführt. Dabei werden die Eigenschaften und Schaubilder der Funktionen untersucht. Die Schülerinnen und Schüler lösen Gleichungen, die im Zusammenhang mit Funktionen auftreten. Anwendungsbezüge z. B. aus Wirtschaft, Naturwissenschaft und Technik sind zu berücksichtigen.

Die Inhalte dieser Lehrplaneinheit werden anhand der folgenden Funktionstypen und deren Linearkombination mit linearen Funktionen behandelt.

Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten

Polynomfunktionen

$$f(x) = x^5 - x^2 + 1$$

$$f(x) = \frac{1}{3}(x+3)^2 \cdot (x+1) \cdot (x-2)$$

Exponentialfunktionen $f(x) = a e^{kx} + b$

Rechnen mit Potenzen mit beliebigen Exponenten

Trigonometrische Funktionen

$$f(x) = a \sin(kx) + b$$

$$f(x) = a \cos(kx) + b$$

Begriffsbildung und Beschreibung von Funktionen

Verbal, durch Schaubild, durch Tabelle, algebraisch
Schreibweise z. B.

$$f : x \mapsto e^x ; x \in \mathbb{R} \text{ oder}$$

$$f \text{ mit } f(x) = e^x ; x \in \mathbb{R}$$

$$K : y = \sin(x) ; x \in [0; 2\pi]$$

Anwendungsbeispiele: Bewegungsgesetze, Wachstumsvorgänge, Kostenfunktionen

Schaubilder von Funktionen

Visualisierung mit Hilfe von DMW

Eigenschaften von Schaubild und Funktion

- globales und asymptotisches Verhalten
- Periodizität
- Symmetrie zum Ursprung, zur y-Achse
- gemeinsame Punkte mit den Koordinatenachsen oder mit anderen Schaubildern

Lage, Anzahl und Art

Verschiebung und Streckung in x- und y-Richtung

Verwendung von DMW

Spiegelung an den Koordinatenachsen

Lösen von Gleichungen

Näherungsweise

Grafisch, experimentell, iterativ, mit DMW

Exakt

- Lösungsformel
- Äquivalenzumformungen
- Umkehrung von Rechenoperationen
- Substitution

Wurzeln, Logarithmus

Z. B. $2x^6 + 4x^3 - 6 = 0$, $2 \sin(0,5x) = -1$,
 $\sin(2x) = 0$, $\cos(\pi x) + 1 = 0$

- Faktorisieren

Einfache Gleichungen

z. B. $x^3 - 5x^2 = 0$, $e^{2x} - 2e^x = 0$

2 Lineare Gleichungssysteme

10

Bei der Behandlung mathematischer Problemstellungen treten häufig lineare Gleichungssysteme auf. Die Schülerinnen und Schüler lösen lineare Gleichungssysteme mit geeigneten Verfahren. Der Schwerpunkt liegt auf der Lösungsstrategie und nicht auf aufwändigen Berechnungen.

Lineare Gleichungssysteme

- Lösungsverfahren
- Lösungsvielfalt von linearen Gleichungssystemen

Z. B. Gauß-Algorithmus

Mögliche Vertiefung: geometrische Interpretation der Gleichungen und der Lösungen

3 Differenzial- und Integralrechnung

50

Viele Aspekte realer Vorgänge aus den angewandten Wissenschaften können durch eine Mathematisierung zweckmäßig dargestellt werden. Das Änderungsverhalten von Funktionen ist dabei von zentraler Bedeutung. Die Schülerinnen und Schüler nutzen die Werkzeuge der Differenzial- und Integralrechnung, um die Eigenschaften von Funktionen und ihrer Schaubilder zu beschreiben. Ausgehend von der durchschnittlichen Änderungsrate interpretieren die Schülerinnen und Schüler die Ableitung an einer Stelle als momentane Änderungsrate bzw. als Tangentensteigung. Der Zusammenhang zwischen einer Funktion und ihrer Ableitungsfunktion einerseits sowie ihrer Stammfunktion andererseits wird auch an Schaubildern verdeutlicht. Anhand von Optimierungsproblemen und Berechnungen von Flächeninhalten wenden die Schülerinnen und Schüler gezielt die Methoden der Differenzial- und Integralrechnung an.

Die Inhalte dieser Lehrplaneinheit werden anhand der folgenden Funktionstypen und deren Linearkombination mit linearen Funktionen behandelt.

Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten

Polynomfunktionen

Exponentialfunktionen $f(x) = a e^{kx} + b$

Trigonometrische Funktionen

$$f(x) = a \sin(kx) + b$$

$$f(x) = a \cos(kx) + b$$

Propädeutik des Grenzwertbegriffs

– durchschnittliche und momentane Änderungsrate

Z. B. Durchschnitts- und Momentangeschwindigkeit, durchschnittliche und momentane Wachstumsgeschwindigkeit, Durchschnitts- und Grenzkosten

– Differenzen- und Differenzialquotient
Sekanten- und Tangentensteigung
Ableitung an einer Stelle

$$m_s = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}; \quad m_t = \frac{dy}{dx} = f'(x_0)$$

– bestimmtes Integral

$$\int_a^b f(x) dx$$

– Deutung von bestimmten Integralen

Grenzwert eines Summationsprozesses, Bestandsrekonstruktion, Flächeninhalt

Ableitungs- und Stammfunktionen

- Berechnung von Ableitungsfunktionen und Stammfunktionen
- Zusammenhang zwischen den Schaubildern von f, f', f''
- Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung

Interpretation für reale Vorgänge, Darstellung mit DMW

Verbindung von Differenzial- und Integralrechnung

Schaubilder und ihre Eigenschaften

Eine geschlossene Kurvendiskussion ist nicht erforderlich; es werden die Eigenschaften je nach Problemstellung untersucht.

- Steigungs- und Krümmungsverhalten
- Tangente in einem Kurvenpunkt

Extrempunkte, Wendepunkte

Anwendungen der Differenzial- und Integralrechnung

Geometrische, physikalische, betriebswirtschaftliche Fragestellungen

- Optimierungsprobleme
- Berechnung von Flächeninhalten

Zielfunktion, Lösen, Bewerten
Modellieren mit Verwendung von DMW
Auch mehrteilige Flächen, Flächen zwischen zwei Kurven

Bestimmung von Funktionstermen aus gegebenen Eigenschaften

Ansätze wie $f(x) = a x^4 + b x^2 + c$ oder
 $f(x) = a \cdot x \cdot (x - x_1)^3 (x - x_2)$ oder
 $f(x) = a \cdot e^{kx}$ oder $f(x) = a \sin(2x) + bx$

4 Projekt

25

In einem Projekt lernen die Schülerinnen und Schüler ein weiteres mathematisches Thema kennen, erweitern so ihre Mathematikkenntnisse und runden sie ab.

Es können Themen aus dem Pflichtbereich vertieft oder andere Themen, insbesondere mit beruflichen Anwendungsbezügen, aufgegriffen werden.

Mögliche Themen

- Kostentheorie
- Vektorgeometrie
- Stochastik
- komplexe Zahlen
- weitere Funktionsklassen
- Funktionen mit mehreren Veränderlichen
- Geschichte der Mathematik
- Kryptologie
- Graphentheorie