Landesinstitut
für Schulentwicklung

Bildungsplan 2004
Grundschule, Hauptschule, Realschule, Allgemein bildendes Gymnasium

Innovativer Bildungsservice

Niveaukonkretisierung
für alle Fächer/Fächerverbünde/Themenorientierten Projekte

Vorwort zu den Niveaukonkretisierungen

Februar 2009

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Qualitätsentwicklung
und Evaluation

Schulentwicklung
und empirische
Bildungsforschung

Bildungspläne

Die Niveaukonkretisierungen ergänzen die Bildungsstandards und veranschaulichen an konkreten Beispielen, welche verbindlichen Anforderungen in den einzelnen Kompetenzformulierungen gestellt werden. (vgl. BP 2004 S.9 / GYM S.11)

Die Niveaukonkretisierungen richten sich an die Lehrkräfte und definieren einen Leistungskorridor als Leitlinien für die Unterrichtsplanung und dienen zur Überprüfung des Unterrichtserfolges. Sie verdeutlichen also das erwartete Anspruchsniveau einzelner Kompetenzen oder einer Reihe von aufeinander bezogenen Kompetenzen (Kompetenzbündel).

Jede Niveaukonkretisierung ist nach folgendem Schema aufgebaut:

- Vorbemerkungen (wenn notwendig)
- Bezug zu den Bildungsstandards
- Problemstellung
- Niveaubeschreibungen

  Niveaustufe A
  Niveaustufe B
  Niveaustufe C

Die **Vorbemerkungen** enthalten didaktisch methodische Hinweise und erläutern besondere Voraussetzungen.

Der **Bezug zu den Bildungsstandards** zeigt, auf welche fachlichen und gegebenenfalls methodischen, sozialen und personalen Kompetenzformulierungen des Bildungsplanes sich die vorliegende Niveaukonkretisierung bezieht.

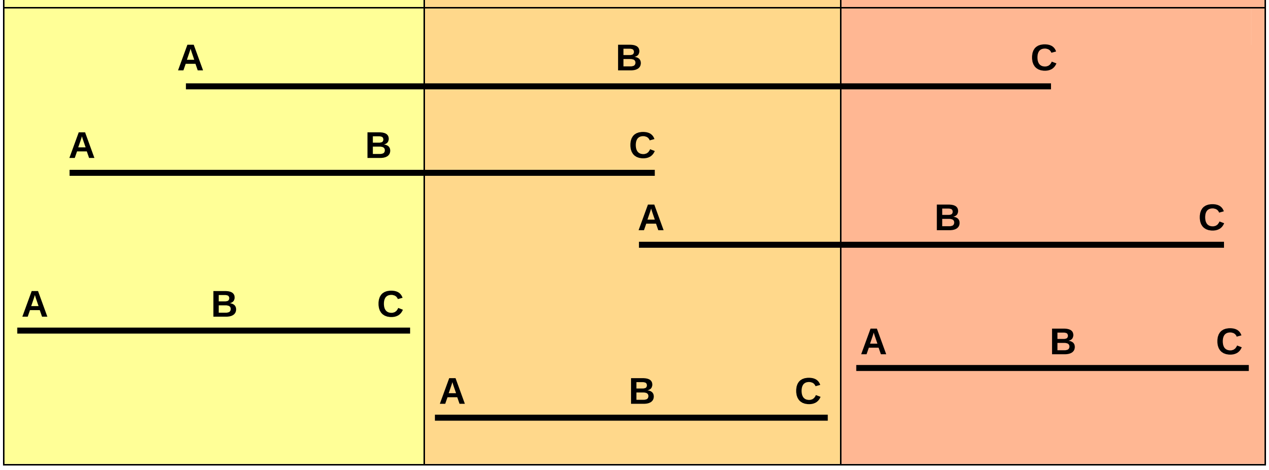
Die **Problemstellung** beschreibt eine spezifische Unterrichtssituation an der die Schülerinnen und Schüler die in den Standards geforderten Kompetenzen erwerben können.

Die Beispiele dienen der Illustration und sind weder verpflichtend noch als Unterrichts- oder Prüfungsaufgabe gedacht.

Die **Niveaubeschreibungen (A, B, C)** zeigen an den gewählten Beispielen verbindlich das – der Schulart und Jahrgangsstufe angemessene – Anspruchsniveau auf.

Die Differenzierung der Niveaustufen bezieht sich in der Regel auf die Systematik der Anforderungsbereiche:

Anforderungsbereich I	**Anforderungsbereich II**	**Anforderungsbereich III**
- Wiedergabe von Begriffen und Sachverhalten unter Verwendung von gelernten und geübten Verfahrensweisen in einem begrenzten Gebiet.	- selbstständiges Bearbeiten bekannter Sachverhalte - selbstständiges Übertragen von Kenntnissen auf neue Fragestellungen oder Zusammenhänge	- Bearbeiten komplexer Gegebenheiten, um selbstständig zu Lösungen, Begründungen, Folgerungen und Wertungen zu gelangen



Die Niveaubeschreibungen können sich auf nur einen, zwei oder drei dieser Anforderungsbereiche beziehen.

Beispielsweise können innerhalb des **Anforderungsbereichs I** die Anwendung von einfachen oder von zunehmend anspruchsvolleren Verfahrensweisen in **A, B** und **C** beschrieben sein.

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Bildungsplan 2004
Grundschule, Hauptschule, Realschule, Allgemein bildendes Gymnasium

Innovativer Bildungsservice

Gemeinsame Niveaukonkretisierung für vier Schularten
Mathematik
Klasse 4 / Klasse 6

Abfallmengen

April 2006

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Qualitätsentwicklung
und Evaluation

Schulentwicklung
und empirische
Bildungsforschung

Bildungspläne

Vorwort

Die vorliegende gemeinsame Niveaukonkretisierung der vier Schularten zeigt durch die Ähnlichkeit der Niveauformulierungen, dass die Unterscheidungen der Niveaus durchaus analog sind, sprechen sie doch geistige Aktivitäten auf einer abstrakten Ebene an. Was von Schulart zu Schulart variiert, ist die dahinter stehende Praxis des jeweiligen Umganges mit der Situation. Gerade der hier mögliche Vergleich kann zu einem bewussten Umgang mit Niveauunterschieden in vielen anderen Situationen hilfreich sein.

Das Beispiel zeigt damit, dass die drei Niveaus in jeder Sachsituation und in jeder Situation der Entwicklung der Schüler in ihrem jeweiligen Umfeld unterschieden und ins Auge gefasst werden können.

(1) Bezug zu den Bildungsstandards

Leitgedanken

- […] Schülerinnen und Schüler für den mathematischen Gehalt alltäglicher Situationen sensibel machen und sie zum Problemlösen mit mathematischen Mitteln anleiten.
- Eine mathematische Einstellung zeigt sich auch in einer kritisch konstruktiven Fragehaltung […].

Kompetenzen und Inhalte

Leitidee „Zahl“

- Zahlen vergleichen […] und zueinander in Beziehung setzen.

Leitidee „Messen und Größen“

- Wissen und Können im Umgang mit Größen zur Klärung realistischer, kindgemäßer Sachverhalte nutzen.

Leitidee „Daten und Sachsituationen“

- Daten aus unterschiedlichen Darstellungen entnehmen und daraus Informationen und Schlüsse ziehen;
- Sachsituationen und Sachverhalte, die in Bildern, Tabellen und Diagrammen dargestellt sind, interpretieren und mathematisieren.

(2) Problemstellung

Innerhalb des Fächerverbundes MeNuK „Umwelt – Müll“ setzen die Kinder sich mit Daten zum Thema Abfallmengen auseinander.

Abfallmenge pro Einwohner:

(*die Tabelle ist beispielhaft zu verstehen – es sollte jeweils auf die Daten der eigenen Gemeinde zurückgegriffen werden*)

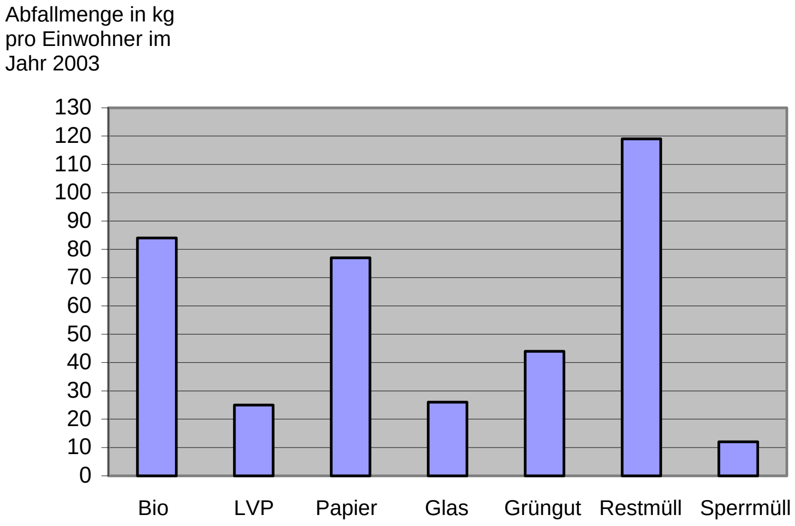
Jahr	Bioabfall	LVP (Leichtverpackung)	Papier	Glas	Grüngut	Restmüll	Sperrmüll
2003	**84 kg**	**25,1 kg**	**77 kg**	**26,2 kg**	**44,3 kg**	**118,6 kg**	**11,6 kg**

(3) Niveaubeschreibung

Niveaustufe A

- Angaben der Tabelle entnehmen, klären was die Zahlen (vor und hinter dem Komma) bedeuten
  (Leitidee „Daten und Sachsituationen“)
- Vergleiche herstellen z.B. zum eigenen Körpergewicht
  (Leitidee „Messen und Größen“)
- Gewichtsangaben der Größe nach ordnen und Differenzen berechnen
  (Leitidee „Zahl“)
  Z.B. Der Restmüll nimmt den größten Gewichtsanteil ein und wiegt 34,6 kg mehr als der Biomüll.
- Gesamtabfallmenge berechnen
  (Leitidee „Zahl“)
  84kg+25,1kg+77kg+26,2kg+44,3kg+118,6kg+11,6kg=386,8kg
- Angaben auf kg runden und in einem Säulendiagramm darstellen
  (Leitidee „Daten und Sachsituationen“)

Z.B.



Niveaustufe B

- Abfallmengen für die eigene Familie, die Klasse und die Kinder der Schule berechnen (mit gerundeten Werten). Die errechneten gerundeten Werte in Beziehung setzen zu den Gewichten bekannter Repräsentanten (Elefant, Lastwagen, Lastwagenladungen)
  (Leitidee „Zahl", Leitidee „Messen und Größen")

Z.B.	vierköpfige Familie:	387 kg · 4 = 1 548 kg ≈ 1,5 t	(großer PKW)
	Klasse mit 25 Schüler:	387 kg · 25 = 9 675 kg ≈ 10 t	(Lastwagenladung)
	Schule mit 280 Schüler:	387 kg · 280 = 108 360 kg ≈ 108 t	(20 Elefanten)

- Die Tagesabfallmenge pro Einwohner berechnen (mit gerundeten Werten) und mit der Tagesabfallmenge, die in der Familie gesammelt wurde, vergleichen
  (Leitidee „Zahl" und Leitidee „Daten und Sachsituationen")

Z.B. 387 kg : 365 ≈ 1 kg
In der Familie an einem Tag den anfallenden Abfall sammeln und wiegen.

Kommentar:

Die reine Berechnung der Tagesmüllmenge entspricht dem Niveau A. Hierbei könnte auch der Taschenrechner verwendet werden. Im Wesentlichen geht es in Niveau B darum, Vergleiche mit dem eigenen Müllaufkommen anzustellen und diese zu reflektieren.

Niveaustufe C

- Die unterschiedlichen Gewichtsangaben interpretieren
  (Leitidee „Daten und Sachsituationen")

Z.B. die Abfallarten LVP und Papier bezüglich Gewicht und Volumen vergleichen.
Gewichtsmäßig stellt Papier mit 77 kg einen größeren Anteil an der Gesamtabfallmenge dar als die Leichtverpackung, aber volumenmäßig ist das umgekehrt.

- Die Abfallmenge für die eigene Stadt, für Baden-Württemberg, für Deutschland berechnen (Einsatz des Taschenrechners) und in Beziehung setzen zu den Gewichten bekannter Repräsentanten.
  (Leitidee „Zahl", Leitidee „Messen und Größen")

- Die Entstehung von Durchschnittswerten reflektieren (Fragestellung ergibt sich bei der Auseinandersetzung mit dem auf Niveau B gestellten Problem der Tagesabfallmenge)
  (Leitidee „Daten und Sachsituationen")

Z.B. Die Gewichtsangaben zur Tagesabfallmenge werden sich von Familie zu Familie unterscheiden, ebenso vom Durchschnittswert. Thematisiert wird wie der Durchschnittswert entsteht.

Kommentar:

Die Thematik Abfall kann innerhalb des Fächerverbundes MeNuK auf außermathematische Fragestellungen erweitert werden.

Z.B. Müllentstehung, Müllvermeidung, …

(1) Bezug zu den Bildungsstandards

Kompetenzen und Inhalte

Leitidee „Daten und Zufall“

- Daten ermitteln und interpretieren;
- Daten ordnen und übersichtlich darstellen;
- Mittelwerte von vergleichbaren Daten bestimmen.

(2) Problemstellung

Eine Statistik besagt:

In Deutschland werden jährlich etwa 400 Millionen Tonnen Müll produziert. Wenn man diesen Müll auf einen Haufen wirft, entsteht ein Müllberg mit ca. 400 m Höhe.

Etwa 35 Millionen Tonnen Müll und recycelbare Stoffe fallen in privaten Haushalten an.

Zum Vergleich: Das Freiburger Münster hat eine Höhe von 116 m.

In einer anderen Statistik findet man folgende Angaben:

Jeder der etwa 80 Millionen Bundesbürger produziert durchschnittlich im Jahr etwa

- 48 kg kompostierbare Abfälle
- 162 kg Wertstoffe (z. B. Glas, Papier, Kunststoffe)
- 40 kg Sperrmüll
- 138 kg Restmüll, der von der öffentlichen Müllabfuhr vor der Haustür abgeholt wird.

Quelle: Schülerbuch Pluspunkt Mathematik Hauptschule 2, Cornelsen Verlag

(3) Niveaubeschreibung

Niveaustufe A

Die Schülerinnen und Schüler entnehmen Informationen aus dem Text, finden einfache Aufgabenstellungen und berechnen diese richtig.

Beispiele:

48 kg+162 kg+40 kg+138 kg = 388 kg

Jeder Bundesbürger produziert im Durchschnitt 388 kg Müll pro Jahr.

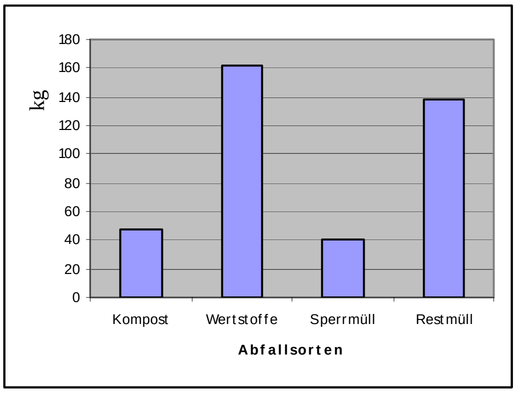
Die Höhe des Müllbergs wird mit der Höhe des Freiburger Münsters vergleichen:

Der Müllberg ist 284 m höher als der Münsterturm, der Müllberg ist mehr als dreimal so hoch...

Die Berechnungen werden vorgestellt.

Niveaustufe B

1. Zu den errechneten Ergebnissen wird ein Säulendiagramm erstellt:



Beschriftungsbeispiel:

Durchschnittliche Abfallmenge eines Bundesbürgers im Jahr

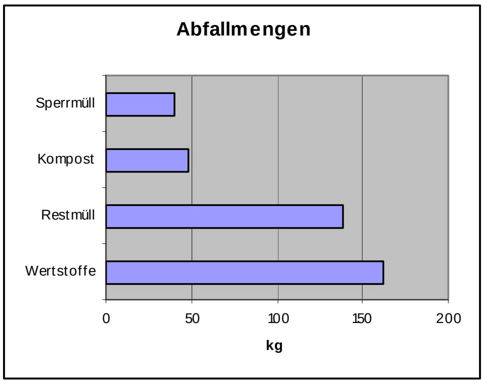
2. Aussagen über die zweite Statistik werden getroffen.

   Beispiel:
   Welche Menge an unterschiedlichen Abfällen produzieren 80 Mio Bundesbürger jährlich laut der zweiten Statistik?

   Abfallmenge der Bundesbürger nach der zweiten Statistik: 31,04 Mio t

Niveaustufe C

1. Je nach Kenntnisstand der Schülerinnen und Schüler können die Daten sortiert und/oder weitere Diagrammarten gewählt werden. Die unterschiedlichen Diagramme werden auf ihre Aussagekraft hin untersucht und verglichen.



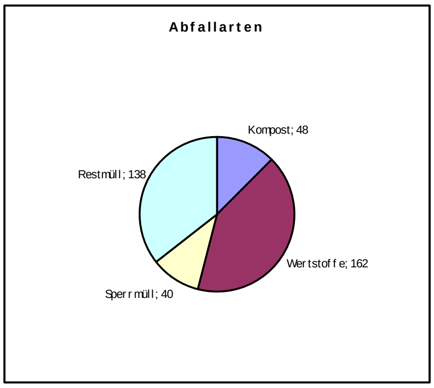


Diagramm-/Beschriftungsbeispiele:

Mögliche Aussagen:

Am Balkendiagramm lassen sich die nach der Größe sortierten Werte bequem ablesen.
Ein Kreisdiagramm zeigt auf den ersten Blick, dass die Wertstoffe fast die Hälfte des Abfalls ausmachen.

(1) Bezug zu den Bildungsstandards

Leitidee „Daten"

- gängige Darstellungsformen in Veröffentlichungen lesen und Informationen entnehmen;
- Tabellen lesen und auswerten;
- Erhebungen zu einer Fragestellung aus der eigenen Erfahrungswelt machen;
- Daten sammeln und in Tabellen erfassen.

Leitidee „Zahl"

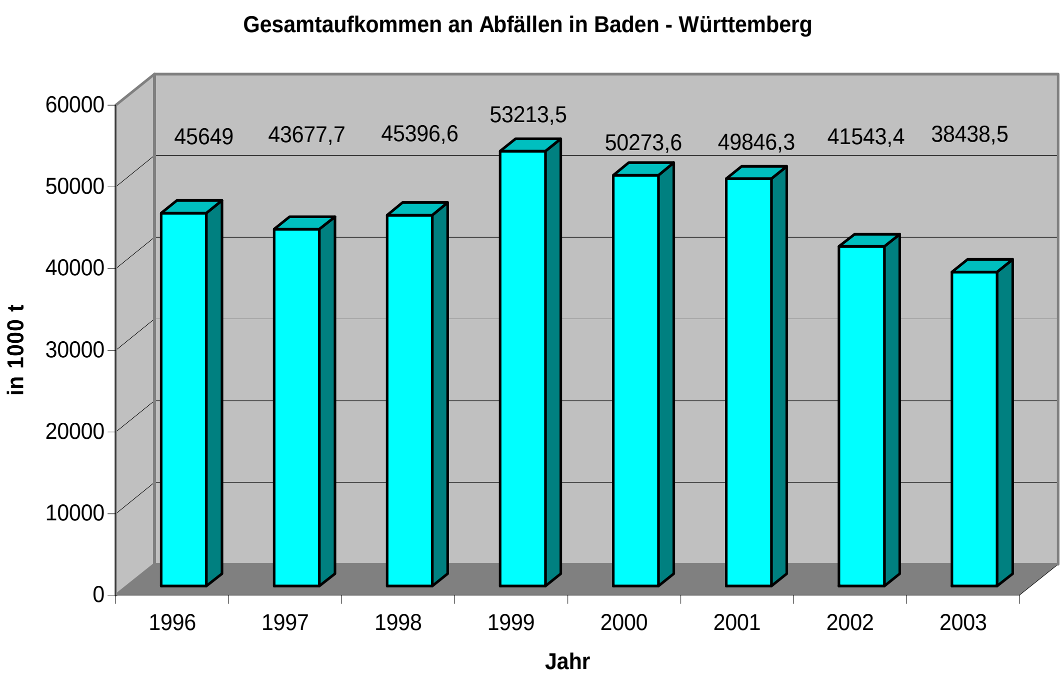
- mathematische Beziehungen und Zusammenhänge in offenen Aufgaben herstellen;
- Zahlen vergleichen und ordnen;
- Rechenoperationen im erweiterten Zahlenbereich sicher ausführen, einschließlich dafür notwendiger Überschlagsrechnungen.

Leitidee „Messen"

- Messergebnisse in sinnvoller Genauigkeit darstellen.

(2) Problemstellung

Als Vorlage dient das folgende Diagramm, erstellt aus den Angaben des Statistischen Landesamtes.



Quelle: Statistisches Landesamt Baden-Württemberg

(3) Niveaubeschreibung

Niveaustufe A

Bei der Arbeit mit den angegebenen Werten des Diagramms ergibt sich eine Fülle von Möglichkeiten:

- Ablesen der Werte, Vergleich einzelner Gewichtsangaben;
- Klären der Angabe „in 1000 t"
- Berechnen von Ab- und Zunahmen von Jahr zu Jahr
- Berechnen von Veränderungen zwischen einzelnen Jahren in Prozent

Niveaustufe B

Vertieftes Verständnis der wiedergegebenen Situation wie zum Beispiel:

- Veranschaulichen der Angaben durch Heranziehen von fassbaren Vergleichen (zum Beispiel: Wie vielen Erwachsenen / der Einwohnerzahl welchen Landes / Elefanten / LKW / ... entspricht ungefähr die Angabe aus dem Jahr 2003?)
- Erstellen einer Tabelle zum angegebenen Schaubild:

Gesamtaufkommen an Abfällen in Baden Württemberg		
Jahr	*Abfallaufkommen in 1000t*	
1996	45649,0	
1997	43677,7	
1998	45396,6	
1999	53213,5	
2000	50273,6	
2001	49846,3	
2002	41543,4	
2003	38438,5	

- Erstellen weiterer Diagrammformen auf der Grundlage einer mit einem Tabellenkalkulationsprogramm erarbeiteten Tabelle und kritische Reflektion derselben.

Niveaustufe C

Übertragen der Situation auf das nähere Umfeld, zum Beispiel:

- Erkunden des Abfallaufkommens der eigenen Gemeinde/der eigenen Stadt (Internet Link Amt für Abfallwirtschaft, Gang zum Bürgermeisteramt...);
- Erstellen eines Diagramms zur Situation am Ort und Vergleich mit der Gesamtsituation Baden-Württemberg;
- Durchführen von Untersuchungen zum Erfassen des Abfallverhaltens der eigenen Klasse und Auswertung (zum Beispiel tägliches Wiegen des Abfalls der Klasse über einen bestimmten Zeitraum, Begründungen für Schwankungen erkennen, Aussagekraft von Mittelwerten thematisieren);

Trendbetrachtungen anstellen, zum Beispiel:

- Äußern von Vermutungen zur Entwicklung in den folgenden Jahren in Baden-Württemberg.

(1) Bezug zu den Bildungsstandards

Leitidee „Zahl“

- Verschiedene Darstellungsformen von Zahlen kennen, situationsgerecht auswählen und ineinander umwandeln

Leitidee „Daten und Zufall“

- Daten systematisch sammeln, anordnen und übersichtlich darstellen;
- Daten bewerten und aus ihnen Schlüsse ziehen.

Leitidee „Modellieren“

- Den Dreisatz bei Aufgaben des „bürgerlichen Rechnens“ anwenden.

(2) Problemstellung

Auf der Homepage der Gemeinde Feldtal findet man folgende Angaben.

Müllaufkommen in den vergangenen Jahren

	2000	**2001**	**2002**	**2003**	**2004**	**2005**
Restmüll in t	9 380	7 424	7 599	7 542	7 551	7 614
Biomüll in t	3 577	3 639	3 556	3 573	3 598	3 729
	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
Gesamt-müll in t	16 989	16 157	16 610	16 821	17 028	17 351

Während früher jeder Haushalt eine feste Abfallgebühr pro Jahr bezahlen musste, wird heute der Abfall gewogen und danach die Gebühr berechnet.
Im Jahr 2000 betrug die Einwohnerzahl von Feldtal 48 342 und stieg bis zum Jahr 2005 auf 51 798.

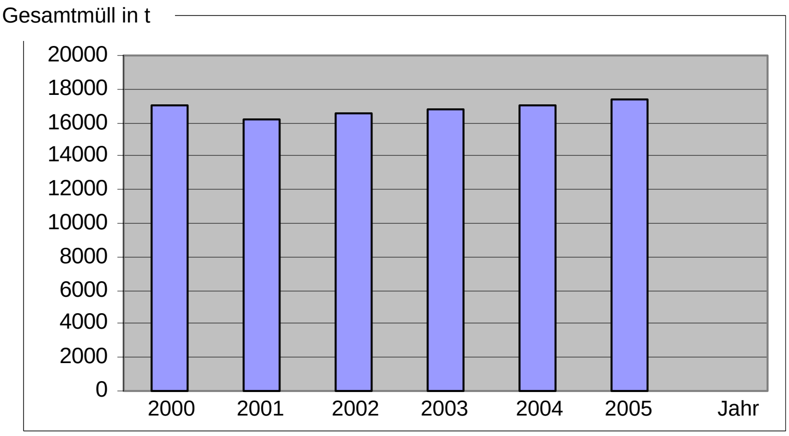
(3) Niveaubeschreibung

Niveaustufe A

2. Angaben runden und in einem Säulendiagramm darstellen
(Leitidee „Zahl“, Leitidee „Daten und Zufall“)

Z. B. für den Gesamtmüll

Jahr	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Gesamtmüll in t	17 000	16 200	16 600	16 800	17 000	17 400



3. Anteile bestimmen, Prozentsätze berechnen
   (Leitidee „Zahl")

   Z. B.: Anteil des Restmülls im Jahr 2000 am Gesamtmüll: $\frac{9380}{16989} \approx 0{,}552 = 55{,}2\ \%$

4. Änderungen berechnen
   (Leitidee „Zahl")

   Z. B.: Abnahme des Gesamtmülls zwischen 2000 und 2001: 832 t
   Zunahme des Gesamtmülls zwischen 2001 und 2002: 453 t

Niveaustufe B

1. Müllmenge pro Einwohner berechnen
   (Leitidee „Zahl")

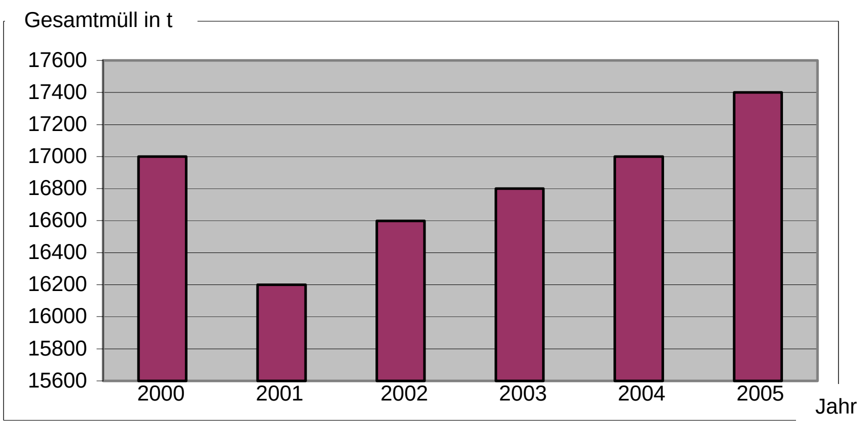
   Z. B.: Biomüll im Jahr 2005: 3 729 t : 51 798 ≈ 0,072 t = 72 kg

2. Monatliche Müllmenge berechnen
   (Leitidee „Zahl")

   Z. B.: Monatlicher Biomüll im Jahr 2005: 3 729 t : 12 ≈ 311 t

Niveaustufe C

1. Angaben in einem Säulendiagramm darstellen, dessen Skala nicht bei null Tonnen beginnt
   (Leitidee „Daten und Zufall")



2. Gegebene und berechnete Werte interpretieren
   (Leitidee „Daten und Zufall“)

   Z.B:
   a) Gesamtmenge des Mülls nimmt von 2000 bis 2005 zu, aber die gesamte Müllmenge pro Einwohner nimmt von 352 kg auf 335 kg ab.
   b) Die gewichtsabhängige Müllgebühr wurde vermutlich im Jahr 2001 eingeführt, da vom Jahr 2000 auf das Jahr 2001 die Restmüllmenge deutlich zurückging.
   c) Die Restmüllmenge ist in einem Jahreszeitraum pro Monat annähernd konstant, jedoch ist die Biomüllmenge pro Monat saisonabhängig.

3. Müllmenge für andere Einwohnerzahlen berechnen, dazu notwendige Annahmen formulieren
   (Leitidee „Modellieren“)

   Z. B. Vermutliches Restmüllaufkommen eines Stadtteils von 7 000 Einwohnern berechnen.
   Annahme: Gleiche Müllmengen pro Einwohner in der gesamten Stadt, dann Berechnung mit Dreisatz

51 798	Einwohner	erzeugen		7 614 t	Restmüll
1 000	Einwohner	erzeugen	ca.	147 t	Restmüll
7 000	Einwohner	erzeugen	ca.	1 029 t	Restmüll

Landesinstitut für Schulentwicklung

Bildungsplan 2004
Allgemein bildendes Gymnasium

Innovativer Bildungsservice

Niveaukonkretisierung
für Mathematik
Klasse 6

Kopfrechnen und Taschenrechner

März 2004

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Qualitätsentwicklung
und Evaluation

Schulentwicklung
und empirische
Bildungsforschung

Bildungspläne

Vorbemerkungen

Bildungsstandards können von Schülerinnen und Schülern in unterschiedlichen inhaltlichen Kontexten und hinsichtlich mehrerer Anforderungsklassen (Niveaus) erworben und angewandt werden. Innerhalb jeder Anforderungsklasse können unterschiedliche Schwierigkeitsgrade auftreten. In den folgenden Problemsituationen werden drei Niveaus unterschieden.

Niveau A: Verfügen über Fakten, Regeln, Verfahren (aus dem Unterricht bekannt; Anwendung in bekannten Zusammenhängen)

Niveau B: Selbstständiges Bearbeiten bekannter Sachverhalte; Kombination von Daten, Regeln und Verfahren

Niveau C: Kreatives Bearbeiten von Problemen: Regeln und Verfahren in neuen Sachverhalten anwenden, auf neue Situationen übertragen; begründen, bewerten, beweisen

Die folgenden Beispiele konkretisieren die Breite und die Tiefe, in der die Standards zu unterrichten sind und zeigen auf, in welches Niveau Schülerbeiträge einzuordnen sind. Sie sind in dieser Form nicht geeignet, Schülerleistungen zu benoten.

Für jedes der drei Niveaus werden typische Schüleraktivitäten auf dem jeweiligen Niveau (mit Bezug zur betreffenden Kompetenz) beschrieben. Selbstverständlich ist nicht daran gedacht, dass alle Anregungen zu erarbeiten sind, ebenso wenig wie sie Anspruch auf Vollständigkeit erheben.

Die vorgegebenen Situationen können methodisch unterschiedlich gestaltet werden. Sie sind so formuliert, dass sie unabhängig von einer Unterrichtsmethode eingesetzt werden können. Jede Situation kann zu einer eher eng geführten, lehrerzentrierten Aufgabe ausgebaut werden, indem Fragen oder Anweisungen hinzugefügt werden. Sie können aber ebenso offen, schülerzentriert gestaltet werden, indem man die Situation als Anfangsimpuls an die Klasse weitergibt.

Kopfrechnen und Taschenrechner – Klasse 6

(1) Bezug zu den Bildungsstandards

Leitgedanken

- Mathematische Sachverhalte mithilfe von Sprache, Bildern, und Symbolen beschreiben und veranschaulichen; die mathematische Fachsprache angemessen verwenden.

Leitidee „Algorithmus“

- Grundrechenarten bei rationalen Zahlen im Kopf, schriftlich, in komplexeren Fällen mit Rechenhilfsmitteln durchführen;
- Zahlterme interpretieren und berechnen.

Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“

- Abhängigkeiten dynamisch deuten, d. h. erklären, wie die Änderung einer Größe sich auf die andere auswirkt.

Leitidee „Modellieren“

- Zahlen und Zahlverknüpfungen zur adäquaten Beschreibung und Untersuchung von Aufgaben in Mathematik und Umwelt einsetzen.

(2) Problemstellung

Moritz experimentiert mit seinem Taschenrechner. Er multipliziert 143 mit verschiedenen Siebenerzahlen und notiert die Ergebnisse.

(3) Niveaubeschreibung

Niveaustufe A

1. Produkte bis Faktor 70 berechnen, Ergebnisse systematisch notieren.
(Leitidee „Algorithmus“)

$143 \cdot 7 = 1\,001$
$143 \cdot 14 = 2\,002$
$143 \cdot 21 = 3\,003$
$143 \cdot 28 = 4\,004$
$143 \cdot 35 = 5\,005$
$143 \cdot 42 = 6\,006$
$143 \cdot 49 = 7\,007$
$143 \cdot 56 = 8\,008$
$143 \cdot 63 = 9\,009$
$143 \cdot 70 = 10\,010$

Niveaustufe B

1. Zahlenreihe der Ergebnisse auf Symmetrie untersuchen und Erkenntnisse angemessen formulieren. (Leitgedanken)

Die Ergebnisse weisen eine Symmetrie auf:
1. und 4. Ziffer nehmen schrittweise um 1 zu. Die 2. und 3. Ziffer sind immer 0.
Diese Symmetrie liegt beim Faktor 70 nicht mehr vor.

Niveaustufe C

1. Symmetrie der Ergebnisse (durch Zerlegung des 2. Faktors oder durch Verdoppeln, ...) begründen. (Leitidee „Algorithmus“, „Modellieren“, „Funktionaler Zusammenhang“)

   $143 \cdot 7 =$ 1 001
   $143 \cdot 14 = (143 \cdot 7) \cdot 2 =$ 2 002

   Das Ergebnis entsteht durch Multiplikation von 1001 mit dem Faktor 2.
   Oder: Da 14 das Doppelte von 7 ist, ist das Produkt doppelt so groß.
   Die Symmetrie der Ergebnisse bleibt so lange erhalten bis der 2. Faktor zweistellig wird:
   ....
   $143 \cdot 56 = (143 \cdot 7) \cdot 8 =$ 8 008
   $143 \cdot 63 = (143 \cdot 7) \cdot 9 =$ 9 009
   $143 \cdot 70 = (143 \cdot 7) \cdot 10 =$ 10 010

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Bildungsplan 2004
Allgemein bildendes Gymnasium

Innovativer Bildungsservice

Niveaukonkretisierung
für Mathematik
Klasse 6

Streichhölzer

Mai 2006

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Qualitätsentwicklung
und Evaluation

Schulentwicklung
und empirische
Bildungsforschung

Bildungspläne

(1) Bezug zu den Bildungsstandards

Leitgedanken

- Mathematische Sachverhalte mithilfe von Sprache, Bildern, und Symbolen beschreiben und veranschaulichen.

LEITIDEE „ALGORITHMUS“

- Zahlterme interpretieren und berechnen.

LEITIDEE „VARIABLE“

- Einfache Situationen und Zahlenmuster mithilfe von Termen und Gleichungen darstellen.
- Einfache Gleichungen durch systematisches Probieren lösen.

LEITIDEE „FUNKTIONALER ZUSAMMENHANG“

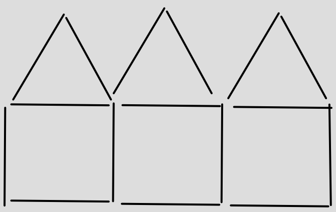
- Einfache Zusammenhänge zwischen Größen beschreiben und darstellen.
- Abhängigkeiten dynamisch deuten.

LEITIDEE „VERNETZUNG“

- Situationen und Fragestellungen durch konkrete, verbale, grafische und numerische Modelle oder Darstellungen beschreiben.

(2) Problemstellung

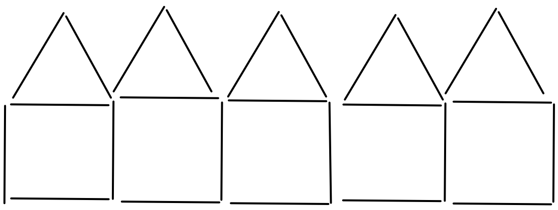
Bernd legt aus Streichhölzern eine Häuserreihe.



(3) Niveaubeschreibung

Niveaustufe A

1. Die Zeichnung erweitern, eine Tabelle für die Anzahl der benötigten Streichhölzer in Abhängigkeit von der Anzahl der Häuser anlegen.
   (Leitgedanken, Leitidee „Vernetzung“)



Anzahl der Häuser	1	2	3	4	5	6
Anzahl der Streichhölzer	6	11	16	21	26	31

Niveaustufe B

1. Das Bauprinzip erfassen und in Worten beschreiben.

   (Leitidee „Vernetzung“)

   Z. B.: Für das erste Haus braucht man 6 Streichhölzer, für jedes weitere Haus braucht man 5 Streichhölzer.

2. Die Anzahl der benötigten Streichhölzer bei vorgegebener Häuserzahl ermitteln.

   (Leitidee „Algorithmus“, Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“)

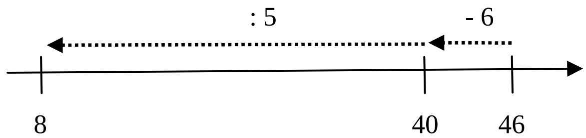
   Legt man das Bauprinzip von 1. zugrunde, so erhält man:
   Für 8 Häuser braucht man 41 Streichhölzer, da $6 + 7 \cdot 5 = 41$ ist.
   Für 10 Häuser braucht man 51 Streichhölzer, da $6 + 9 \cdot 5 = 51$ ist.
   Für 16 Häuser braucht man 81 Streichhölzer, da $6 + 15 \cdot 5 = 81$ ist.

Niveaustufe C

1. Bei vorgegebener Häuserzahl die Anzahl der Streichhölzer ermitteln.

   (Leitidee „Algorithmus“, Leitidee „Variable“, Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“)

   Aus 46 Hölzern lassen sich 9 Häuser bauen, da $(46 – 6) : 5 = 8$ ist.

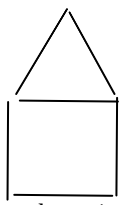


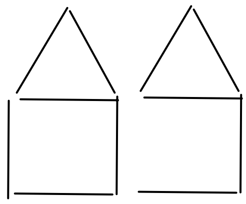
   Aus 58 Hölzern lassen sich 11 Häuser bauen, es bleiben 2 Hölzer übrig,
   da $(58 – 6) : 5 = 10$ Rest 2 ist.

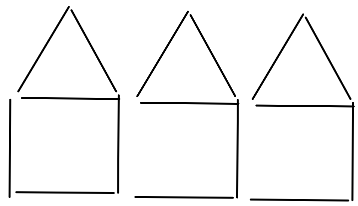
2. Für einen bekannten Legevorgang einen Term bestimmen, der die benötigte Streichholzzahl bei n Häuschen angibt.

   (Leitidee „Variable“, Leitidee „Vernetzung“)

   Z. B.:

   n = 1: 

   n = 2: 

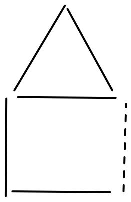
   n = 3: 

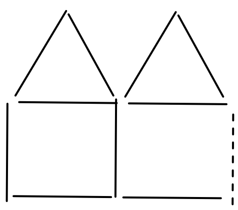
   Für n Häuser benötigt man $6 + (n – 1) \cdot 5$ Streichhölzer.

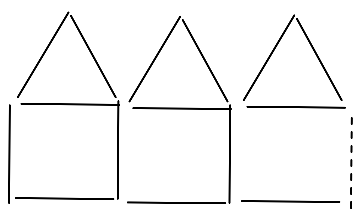
3. Einen anderen Legevorgang finden und durch den passenden Term beschreiben

   (Leitidee „Variable“, Leitidee „Vernetzung“)

   Man legt z. B. die rechte Hauswand zuletzt:

   n = 1: 

   n = 2: 

   n = 3: 

   Für n Häuser benötigt man $n \cdot 5 + 1$ Streichhölzer.

4. Zu einem vorgegebenen äquivalenten Term einen möglichen Legevorgang angeben.
   (Leitidee „Variable“, Leitidee „Vernetzung“)

   Beschreibt der Term $3 \cdot n + 2 \cdot n + 1$ die Anzahl der Häuser, die man aus n Streichhölzern baut, so kann man sich z. B. vorstellen, dass man zuerst die Dächerreihe gelegt hat und die rechte Hauswand zuletzt angefügt wurde.

5. Bei vorgegebener Streichholzzahl m die Anzahl der Häuser ermitteln und einen möglicherweise entstehenden Rest interpretieren.
   (Leitidee „Variable“, Leitidee „Vernetzung“)

   Hat man m Streichhölzer zur Verfügung, so lässt sich die Häuserzahl z. B. ermitteln, indem man zunächst 1 subtrahiert und das Ergebnis durch 5 dividiert.

Landesinstitut für Schulentwicklung

Bildungsplan 2004
Allgemein bildendes Gymnasium

Innovativer Bildungsservice

Niveaukonkretisierung
für Mathematik
Klasse 6

Verkehrszählung

März 2004

Landesinstitut für Schulentwicklung

Qualitätsentwicklung und Evaluation

Schulentwicklung und empirische Bildungsforschung

Bildungspläne

Vorbemerkungen

Bildungsstandards können von Schülerinnen und Schülern in unterschiedlichen inhaltlichen Kontexten und hinsichtlich mehrerer Anforderungsklassen (Niveaus) erworben und angewandt werden. Innerhalb jeder Anforderungsklasse können unterschiedliche Schwierigkeitsgrade auftreten. In den folgenden Problemsituationen werden drei Niveaus unterschieden.

Niveau A: Verfügen über Fakten, Regeln, Verfahren (aus dem Unterricht bekannt; Anwendung in bekannten Zusammenhängen)

Niveau B: Selbstständiges Bearbeiten bekannter Sachverhalte; Kombination von Daten, Regeln und Verfahren

Niveau C: Kreatives Bearbeiten von Problemen: Regeln und Verfahren in neuen Sachverhalten anwenden, auf neue Situationen übertragen; begründen, bewerten, beweisen

Die folgenden Beispiele konkretisieren die Breite und die Tiefe, in der die Standards zu unterrichten sind und zeigen auf, in welches Niveau Schülerbeiträge einzuordnen sind. Sie sind in dieser Form nicht geeignet, Schülerleistungen zu benoten.

Für jedes der drei Niveaus werden typische Schüleraktivitäten auf dem jeweiligen Niveau (mit Bezug zur betreffenden Kompetenz) beschrieben. Selbstverständlich ist nicht daran gedacht, dass alle Anregungen zu erarbeiten sind, ebenso wenig wie sie Anspruch auf Vollständigkeit erheben.

Die vorgegebenen Situationen können methodisch unterschiedlich gestaltet werden. Sie sind so formuliert, dass sie unabhängig von einer Unterrichtsmethode eingesetzt werden können. Jede Situation kann zu einer eher eng geführten, lehrerzentrierten Aufgabe ausgebaut werden, indem Fragen oder Anweisungen hinzugefügt werden. Sie können aber ebenso offen, schülerzentriert gestaltet werden, indem man die Situation als Anfangsimpuls an die Klasse weitergibt.

Verkehrszählung – Klasse 6

(1) Bezug zu den Bildungsstandards

Leitgedanken

- Problemhaltige Aspekte in inner- und außermathematischen Situationen erkennen und beschreiben.

Leitidee „Zahl“

- Verschiedene Darstellungen von Zahlen kennen, situationsgerecht auswählen und ineinander umwandeln.

Leitidee „Daten und Zufall“

- Daten bewerten und aus ihnen Schlüsse ziehen.

Leitidee „Vernetzung“

- Situationen und Fragestellungen durch konkrete, verbale, grafische und numerische Modelle und Darstellungen beschreiben.

(2) Problemstellung

Bei einer Verkehrszählung an einer Ortsdurchfahrt entstand das folgende Protokoll.

Verkehrszählung am Montag, 11.6.2002; 7.10 Uhr bis 8.10 Uhr		
Personenkraftwagen	Lastkraftwagen	Motorräder/Roller
893	108	263

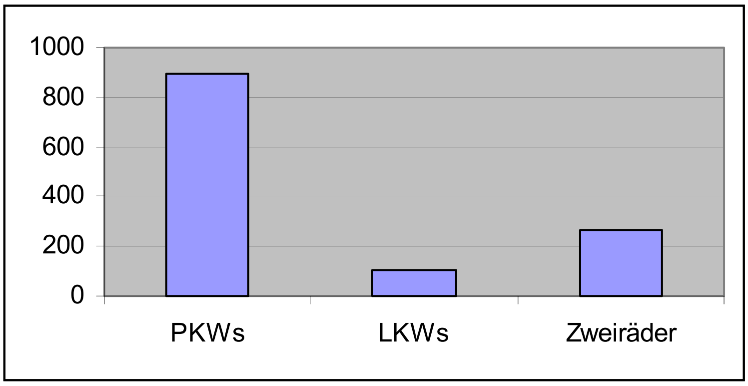
Am nächsten Tag stand in der Zeitung:

"Durch unseren Ort fahren täglich etwa 30 000 Kraftfahrzeuge."

(3) Niveaubeschreibung

Niveaustufe A

1. Anteile bestimmen, Prozentsätze berechnen.
   (Leitidee „Zahl“)
   Etwa 71 % der Fahrzeuge sind PKWs, etwa 9% sind LKWs und etwa 21 % sind Zweiräder.
2. Balkendiagramm erstellen.
   (Leitidee „Vernetzung“)



Niveaustufe B

1. Vorgänge rekonstruieren.
   (Leitgedanken)
   Die Zeitung kam wohl durch eine Hochrechnung auf die Zahl 30 000. Die Gesamtzahl der Fahrzeuge betrug 1264, die Verkehrszählung dauerte eine Stunde. Multipliziert man die Gesamtzahl mit 24, so erhält man ungefähr 30 000.

Niveaustufe C

1. Aussagen kritisch reflektieren.
   (Leitidee „Daten und Zufall“)
   Diese Zahl 30 000 in der Zeitungsmeldung ist sicherlich zu hoch, denn die Verkehrszählung wurde während der Hauptverkehrszeit durchgeführt. Zu anderen Uhrzeiten, insbesondere nachts, fahren weniger Fahrzeuge.

2. Die gegebene Situation in einen anderen Kontext übertragen.
   (Leitgedanken und Leitidee „Daten und Zufall“)

   Bedeutung des Zeitpunkts:
   Hätte man die Verkehrszählung einen Tag früher zur gleichen Uhrzeit durchgeführt, also an einem Sonntag, so wäre das Verkehrsaufkommen vermutlich sehr viel geringer gewesen, da viele Leute Sonntag morgens ausschlafen. Auch der Anteil der LKWs wäre geringer ausgefallen.

   Hätte man die Verkehrszählung im Winter statt im Juni gemacht, so wäre die Anzahl der Zweiräder sehr viel geringer ausgefallen.

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Bildungsplan 2004
Allgemein bildendes Gymnasium

Innovativer Bildungsservice

Niveaukonkretisierung
für Mathematik
Klasse 6

Würfelzerlegung

März 2004

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Qualitätsentwicklung
und Evaluation

Schulentwicklung
und empirische
Bildungsforschung

Bildungspläne

Vorbemerkungen

Bildungsstandards können von Schülerinnen und Schülern in unterschiedlichen inhaltlichen Kontexten und hinsichtlich mehrerer Anforderungsklassen (Niveaus) erworben und angewandt werden. Innerhalb jeder Anforderungsklasse können unterschiedliche Schwierigkeitsgrade auftreten. In den folgenden Problemsituationen werden drei Niveaus unterschieden.

Niveau A: Verfügen über Fakten, Regeln, Verfahren (aus dem Unterricht bekannt; Anwendung in bekannten Zusammenhängen)

Niveau B: Selbstständiges Bearbeiten bekannter Sachverhalte; Kombination von Daten, Regeln und Verfahren

Niveau C: Kreatives Bearbeiten von Problemen: Regeln und Verfahren in neuen Sachverhalten anwenden, auf neue Situationen übertragen; begründen, bewerten, beweisen

Die folgenden Beispiele konkretisieren die Breite und die Tiefe, in der die Standards zu unterrichten sind und zeigen auf, in welches Niveau Schülerbeiträge einzuordnen sind. Sie sind in dieser Form nicht geeignet, Schülerleistungen zu benoten.

Für jedes der drei Niveaus werden typische Schüleraktivitäten auf dem jeweiligen Niveau (mit Bezug zur betreffenden Kompetenz) beschrieben. Selbstverständlich ist nicht daran gedacht, dass alle Anregungen zu erarbeiten sind, ebenso wenig wie sie Anspruch auf Vollständigkeit erheben.

Die vorgegebenen Situationen können methodisch unterschiedlich gestaltet werden. Sie sind so formuliert, dass sie unabhängig von einer Unterrichtsmethode eingesetzt werden können. Jede Situation kann zu einer eher eng geführten, lehrerzentrierten Aufgabe ausgebaut werden, indem Fragen oder Anweisungen hinzugefügt werden. Sie können aber ebenso offen, schülerzentriert gestaltet werden, indem man die Situation als Anfangsimpuls an die Klasse weitergibt.

Würfelzerlegung – Klasse 6

(1) Bezug zu den Bildungsstandards

Leitidee „Algorithmus“

- Grundrechenarten bei rationalen Zahlen im Kopf, schriftlich, in komplexeren Fällen mit Rechenhilfsmitteln durchführen.

Leitidee „Messen“

- Maße schätzen und bestimmen.

Leitidee „Form und Raum“

- Charakteristische Eigenschaften von geometrischen Objekten erkennen und Beziehungen zwischen verschiedenen Objekten analysieren.
- Über ein angemessenes räumliches Vorstellungsvermögen verfügen.

Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“

- Einfache Zusammenhänge zwischen Größen beschreiben und darstellen.

Leitidee „Vernetzung“

- Mathematische Kenntnisse auf neue Fragestellungen anwenden.
- Lösungsansätze beschreiben und begründen.

(2) Problemstellung

Susi hat einen Würfel aus Holz mit der Kantenlänge 3 cm. Seine Oberfläche ist vollständig blau angemalt.

Susi zerlegt in Gedanken den blauen Würfel in lauter Würfel mit 1 cm Kantenlänge.

(3) Niveaubeschreibung

Niveaustufe A

1. Zerlegung vorstellen oder/und skizzieren. Anzahl der kl. Würfel berechnen oder zählen.
   (Leitidee „Form und Raum“)
   Es ergeben sich 27 kleine Würfel.

2. Oberflächen berechnen
   (Leitidee „Messen“)
   Die Oberfläche des blauen Würfels beträgt 54 cm^2.

3. Anzahlen der Würfel bei veränderter Kantenlänge bestimmen, Oberflächen berechnen und vergleichen. (Verfahren von Kantenlänge 3 cm auf andere Kantenlängen übertragen)
   (Leitidee „Messen“)
   Die Resultate bei einer Kantenlänge von 4 cm:
   - Es ergeben sich 64 kleine Würfel.
   - Die Oberfläche des großen Würfels beträgt 96 cm^2.
   - Die Oberfläche aller kleinen Würfel ist viermal so groß.

   Die Resultate bei einer Kantenlänge von 100 cm:
   - Es ergeben sich 1 Million kleine Würfel.
   - Die Oberfläche des großen Würfels beträgt 60 000 cm2.
   - Die Oberfläche aller kleinen Würfel ist hundertmal so groß.

Niveaustufe B

1. Die Anzahl der einzelnen Würfelsorten abzählen (bei Kantenlänge 3 cm).
   (Leitidee „Form und Raum)
   Es gibt kleine Würfel mit keiner, einer, zwei oder drei blauen Seitenflächen:
   1 Würfel mit keiner blauen Fläche, 6 Würfel mit einer blauen Fläche 12 Würfel mit zwei blauen Flächen und 8 Würfel mit drei blauen Flächen.
2. Oberflächen vergleichen (bei Kantenlänge 3 cm).
   (Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“)
   Die Oberfläche eines kleinen Würfels beträgt 6 cm^2. Die Oberfläche aller kleinen Würfel beträgt also 162 cm^2. Sie ist dreimal so groß wie die des Ausgangswürfels.
3. Transfer auf größere, aber vorstellbare Situation.
   (Leitidee „Vernetzung“)
   Die Resultate bei einer Kantenlänge von 4 cm:
   Es gibt 8 Würfel mit keiner blauen Fläche, 24 mit einer blauen Fläche, 24 mit zwei blauen Flächen und 8 mit drei blauen Flächen.

Niveaustufe C

1. Transfer auf große, schwer vorstellbare Situation.
   (Leitideen „Vernetzung“ und „Algorithmus“)
   Die Resultate bei einer Kantenlänge von 100 cm:
   Es gibt $98 \cdot 98 \cdot 98 = 941192$ Würfel mit keiner blauen Fläche, $98 \cdot 98 \cdot 6 = 57624$ Würfel mit einer blauen Fläche, $98 \cdot 12 = 1176$ mit zwei blauen Flächen und 8 mit drei blauen Flächen.

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Bildungsplan 2004
Allgemein bildendes Gymnasium

Innovativer Bildungsservice

Niveaukonkretisierung
für Mathematik
Klasse 8

Dreieckskonstellation

März 2004

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Qualitätsentwicklung
und Evaluation

Schulentwicklung
und empirische
Bildungsforschung

Bildungspläne

Vorbemerkungen

Bildungsstandards können von Schülerinnen und Schülern in unterschiedlichen inhaltlichen Kontexten und hinsichtlich mehrerer Anforderungsklassen (Niveaus) erworben und angewandt werden. Innerhalb jeder Anforderungsklasse können unterschiedliche Schwierigkeitsgrade auftreten. In den folgenden Problemsituationen werden drei Niveaus unterschieden.

Niveau A: Verfügen über Fakten, Regeln, Verfahren (aus dem Unterricht bekannt; Anwendung in bekannten Zusammenhängen)

Niveau B: Selbstständiges Bearbeiten bekannter Sachverhalte; Kombination von Daten, Regeln und Verfahren

Niveau C: Kreatives Bearbeiten von Problemen: Regeln und Verfahren in neuen Sachverhalten anwenden, auf neue Situationen übertragen; begründen, bewerten, beweisen

Die folgenden Beispiele konkretisieren die Breite und die Tiefe, in der die Standards zu unterrichten sind und zeigen auf, in welches Niveau Schülerbeiträge einzuordnen sind. Sie sind in dieser Form nicht geeignet, Schülerleistungen zu benoten.

Für jedes der drei Niveaus werden typische Schüleraktivitäten auf dem jeweiligen Niveau (mit Bezug zur betreffenden Kompetenz) beschrieben. Selbstverständlich ist nicht daran gedacht, dass alle Anregungen zu erarbeiten sind, ebenso wenig wie sie Anspruch auf Vollständigkeit erheben.

Die vorgegebenen Situationen können methodisch unterschiedlich gestaltet werden. Sie sind so formuliert, dass sie unabhängig von einer Unterrichtsmethode eingesetzt werden können. Jede Situation kann zu einer eher eng geführten, lehrerzentrierten Aufgabe ausgebaut werden, indem Fragen oder Anweisungen hinzugefügt werden. Sie können aber ebenso offen, schülerzentriert gestaltet werden, indem man die Situation als Anfangsimpuls an die Klasse weitergibt.

Dreieckskonstellation – Klasse 8

(1) Bezug zu den Bildungsstandards

Leitgedanken

- Problemhaltige Aspekte in inner- und außermathematischen Situationen erkennen und beschreiben.

Leitidee „Raum und Form“

- Eigenschaften ebener und geometrischer Figuren erkennen und begründen;
- ebene Figuren mit vorgegebenen Eigenschaften darstellen;
- Kongruenz von Dreiecken erkennen und anwenden.

Leitidee „Vernetzung“

- Prozesse des Begründens verstehen und anwenden, insbesondere bei Beweisen in der Geometrie;
- mathematische Sachverhalte und Problemlösungen verbal beschreiben.

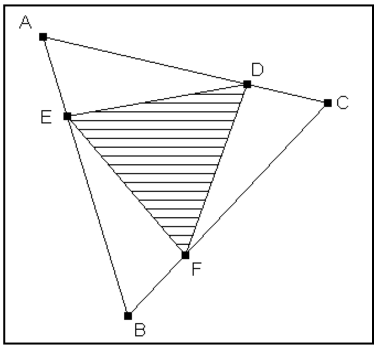
(2) Problemstellung

In einem gleichseitigen Dreieck mit der Seitenlänge 7 cm ist auf jeder Seite gegen den Uhrzeigersinn eine Strecke der Länge 2 cm abgetragen.

(3) Niveaubeschreibung

Niveaustufe A

1. Text in Zeichnung übersetzen.
   (Leitidee „Raum und Form“)



Niveaustufe B

1. Entstandenes Dreieck analysieren.
   (Leitidee „Raum und Form“)

   Das entstandene Innendreieck ist auch gleichseitig. (Beobachtung 1)

2. Gesamtfigur auf kongruente Dreiecke untersuchen.
   (Leitidee „Raum und Form“)

   Die drei Teildreiecke Δ AED, Δ BFE und Δ CDF sind kongruent. (Beobachtung 2)

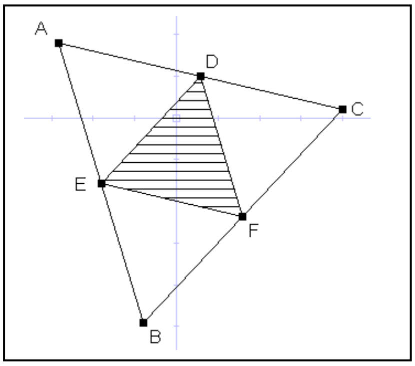
Niveaustufe C

1. Kongruenz von Dreiecken nachweisen und Schlüsse daraus ziehen.
   (Leitidee „Vernetzung“)

   Die drei Teildreiecke Δ AED, Δ BFE und Δ CDF sind kongruent aufgrund des Kongruenzsatzes sws. Daher ist $\overline{DE} = \overline{EF} = \overline{FD}$; das Innendreieck Δ DEF ist also gleichseitig.

2. Eine Verallgemeinerung der abgetragenen Strecke finden.
   (Leitidee „Raum und Form“)

   Die abgetragenen Strecken können eine beliebige andere Länge x haben. Das Innendreieck ist immer gleichseitig (Verallgemeinerung 1)



3. a) Einen Spezialfall der abgetragenen Strecke erkennen.
   (Leitidee „Raum und Form“)

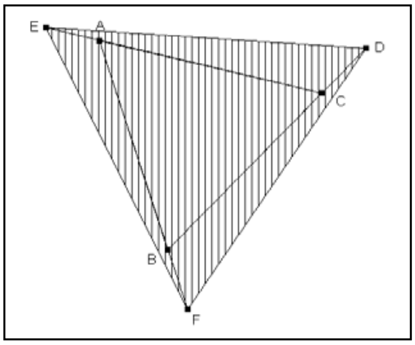
   Die Länge der abgetragenen Strecken kann 3,5 cm betragen. Man erhält das Mittendreieck. (Verallgemeinerung 2)

   b) Eigenschaften des Mittendreiecks erkennen und beschreiben.
   (Leitidee „Vernetzung“; „Form und Raum“)

   Entsprechende Seiten sind parallel. Die Seiten des Mittendreiecks sind halb so lang wie die entsprechenden Seiten des Außendreiecks.

4. Eine Verallgemeinerung der abgetragenen Strecke finden.
   (Leitgedanken)

   Die abgetragenen Strecken können auch über die Dreieckseiten hinaus gehen. Auch hier erhält man ein gleichseitiges Dreieck. (Verallgemeinerung 3)



5. Von der Ausgangsform abstrahieren.
   (Leitgedanken)

   In einem regelmäßigen Vieleck mit der Seitenlänge 7 cm ist auf jeder Seite im Uhrzeigersinn eine Strecke der Länge 2 cm abgetragen. (Verallgemeinerung 4)

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Bildungsplan 2004
Allgemein bildendes Gymnasium

Innovativer Bildungsservice

Niveaukonkretisierung
für Mathematik
Klasse 8

Handy

Mai 2006

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Qualitätsentwicklung
und Evaluation

Schulentwicklung
und empirische
Bildungsforschung

Bildungspläne

(1) Bezug zu den Bildungsstandards

Leitgedanken:

- Problemhaltige Aspekte in inner- und außermathematischen Situationen erkennen und beschreiben.

LEITIDEE „VERNETZUNG“ aus Klasse 6

- Situationen und Fragestellungen durch konkrete, verbale, grafische und nummerische Modelle oder Darstellungen beschreiben.
- Probleme aus der Erfahrungswelt der Schülerinnen und Schüler mithilfe verschiedener mathematischer Konzepte lösen.

LEITIDEE „DATEN UND ZUFALL“ aus Klasse 6

- Daten bewerten und aus ihnen Schlüsse ziehen.

LEITIDEE „VERNETZUNG“

- Den GTR als Hilfsmittel einsetzen.
- Verschiedene Darstellungsformen einer Funktion ineinander übersetzen.

LEITIDEE „MODELLIEREN“

- Inner- und außermathematische Sachverhalte mithilfe von Tabellen, Termen oder Graphen beschreiben und umgekehrt Tabellen, Terme und Graphen in Bezug auf einen Sachverhalt interpretieren.

(2) Problemstellung

Rolf studiert die Handytarife von zwei Telefongesellschaften. Beide rechnen sekundengenau ab.

	DX Ruf	T Active
Geschäftszeit (pro Minute)	0,863 € (7 – 20 Uhr)	0,49 € (7 – 18 Uhr)
Freizeit (pro Minute)	0,351 €	0,19 €
Grundpreis		9,95 €

(3) Niveaubeschreibung

Niveaustufe A

1. Tabellenwerte berechnen.
   (Leitidee „Vernetzung aus Klasse 6“)

Anzahl derMinuten	0	5	10	15	20	25	30
DX Ruf	0	4,32	8,63	12,95	17,26	21,58	25,89
T Active	9,95	12,40	14,85	17,30	19,75	22,20	24,65

2. Schaubilder (Geraden) zeichnen (GTR).
   (Leitidee „Vernetzung“)

Niveaustufe B

1. Gegebene Punkte in das Koordinatensystem eintragen. Punkte in einem Graph verbinden.

   (Leitidee „Vernetzung aus Klasse 6“)

2. Gleichungen aufstellen

   (Leitidee „Vernetzung“)

   Y = 0,863 X
   bzw.
   Y = 0,49 X + 9,95

Niveaustufe C

1. Graph interpretieren.

   (Leitidee „Modellieren“)

   Auswirkungen auf Gering-Telefonierer; Gesprächsdauer mit gleichem Preis bestimmen.

2. Daten systematisch variieren. Daten bewerten.

   (Leitidee „Daten und Zufall aus Klasse 6“)

   Auswirkungen bei Anheben bzw. Absenken des Grundpreises.
   Auswirkungen, falls Gesellschaft DX Ruf einen Grundpreis von 8,35 € einführen, aber wie bisher T-Active unterbieten möchte.

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Bildungsplan 2004
Allgemein bildendes Gymnasium

Innovativer Bildungsservice

Niveaukonkretisierung
für Mathematik
Klasse 8

Kugelstoßen

Dezember 2004

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Qualitätsentwicklung
und Evaluation

Schulentwicklung
und empirische
Bildungsforschung

Bildungspläne

(1) Bezug zu den Bildungsstandards

Leitidee „Algorithmus“

- Gleichungen und Ungleichungen erkennen sowie manuell, grafisch und mithilfe des GTR lösen.

Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“

- funktionale Zusammenhänge erkennen und darstellen;
- kennzeichnende Eigenschaften von Funktionen kennen und sachgerecht nutzen.

Leitidee „Vernetzung“

- verschiedene Darstellungsformen einer Funktion ineinander übersetzen;
- den GTR als Hilfsmittel einsetzen.

Leitidee „Modellieren“

- inner- und außermathematische Sachverhalte mithilfe von Tabellen, Termen oder Graphen beschreiben und umgekehrt Tabellen, Terme und Graphen in Bezug auf einen Sachverhalt interpretieren.

(2) Problemstellung

Bei einem Kugelstoßwettbewerb wurde der beste Versuch des Favoriten auf Video aufgezeichnet. Die Auswertung dieser Aufzeichnung ergab folgende Daten für die Flugbahn der Kugel.

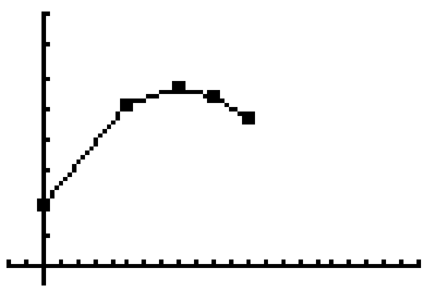
Horizontale Entfernung von der Abstoßstelle in m	0,00	5,00	8,00	10,00	12,00
Höhe über dem Erdboden in m	2,00	5,15	5,69	5,45	4,77

Der Kugelstoßer behauptete anschließend: „Wäre ich 10 cm größer, dann hätte ich weiter als 18 m gestoßen.“

(3) Niveaubeschreibung

Niveaustufe A

1. Ein Koordinatensystem anlegen, Punkte eintragen (von Hand oder auf dem GTR)
(Leitideen „Vernetzung“ und „Modellieren“)

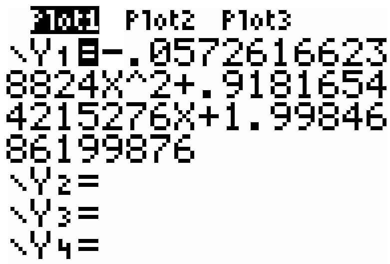


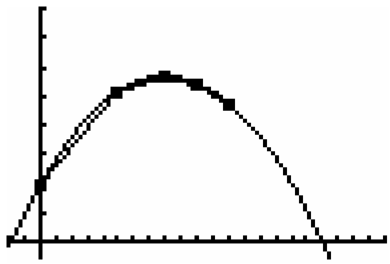
Niveaustufe B

1. Eine plausible Annahme über den zur Bahnkurve passenden Funktionstyp treffen.
(Leitideen „Funktionaler Zusammenhang“ und „Modellieren“)

Beobachtungen realer Wurfvorgänge und die Lage der Punkte im Koordinatensystem lassen eine Parabel als Bahnkurve vermuten. Damit ist eine quadratische Funktion als Modell naheliegend.

2. Passenden Funktionsterm mithilfe des GTR (quadratische Regression) bestimmen und den Graphen der Funktion anzeigen.
(Leitidee „Vernetzung“)





3. Mithilfe des GTR spezielle Punkte der Bahnkurve bestimmen und interpretieren.
(Leitideen „Algorithmus“, „Funktionaler Zusammenhang“ und „Modellieren“)

P_1 (0,00|2,00): Die Abstoßhöhe beträgt genau 2 m.

P_2 (8,02|5,68): Nach ca. 8 m hat die Kugel die größte Höhe, nämlich ca. 5,70 m.

P_3 (17,98|0,00): Bei dem aufgezeichneten Versuch erzielte der Kugelstoßer eine Weite von 17,98 m.

Niveaustufe C

1. Die Behauptung des Kugelstoßers überprüfen: Den Funktionsterm geeignet verändern und damit die veränderte Stoßweite bestimmen.
(Leitideen „Algorithmus“, „Funktionaler Zusammenhang“ und „Modellieren“)

Wäre der Kugelstoßer 10 cm größer, so wäre die Abstoßhöhe wohl ebenfalls 10 cm größer. Bei gleicher Ausführung des Stoßes wird die Bahnkurve durch den Graph der Funktion g mit g(x) = f(x) +0,1 beschrieben.

Mithilfe des GTR erhält man von g die Nullstelle 18,063.

Der Kugelstoßer würde also wohl tatsächlich weiter als 18 m stoßen.

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Bildungsplan 2004
Allgemein bildendes Gymnasium

Innovativer Bildungsservice

Niveaukonkretisierung
für Mathematik
Klasse 8

Testfahrzeuge

April 2006

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Qualitätsentwicklung
und Evaluation

Schulentwicklung
und empirische
Bildungsforschung

Bildungspläne

(1) Bezug zu den Bildungsstandards

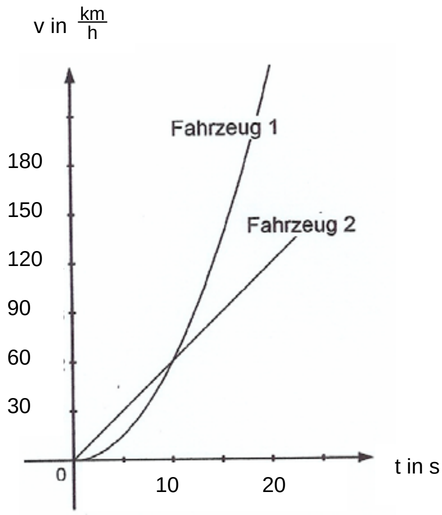
Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“
- Kennzeichnende Eigenschaften von Funktionen kennen und sachgerecht nutzen.
- Funktionen dynamisch deuten.

Leitidee „Vernetzung“
- Verschiedene Darstellungsformen einer Funktion ineinander übersetzen.
- Prozesse des Begründens verstehen und anwenden.

Leitidee „Modellieren“
- Inner- und außermathematische Sachverhalte mithilfe von Tabellen, Termen oder Graphen beschreiben und umgekehrt Tabellen, Terme und Graphen in Bezug auf einen Sachverhalt interpretieren.

(2) Problemstellung

Zwei Testfahrzeuge starten gleichzeitig an einem gemeinsamen Punkt.
Ihre Geschwindigkeiten werden aufgezeichnet.



(3) Niveaubeschreibung

Niveaustufe A
1. Zu verschiedenen Zeitpunkten nach dem Start die Geschwindigkeit von Fahrzeug 1 bzw. 2 ablesen, gegebenenfalls eine Tabelle anlegen.
(Leitidee „Vernetzung“)
Schnittpunkt der Schaubilder deuten.

t in s	5	10	15
v_1 in $\frac{km}{h}$	15	60	135
v_2 in $\frac{km}{h}$	30	60	90

Nach 10 Sekunden haben beide Fahrzeuge die gleiche Geschwindigkeit $60\ \frac{km}{h}$.

2. Angeben wie lange die Fahrzeuge benötigen, um eine vorgegebene Geschwindigkeit zu erreichen
(Leitidee „Vernetzung“)

Z. B.: Fahrzeug 1 hat nach ca. 14 s die Geschwindigkeit 120 $\frac{km}{h}$, Fahrzeug 2 erst nach 20 s.

Niveaustufe B

1. Den Verlauf der Graphen beschreiben und vergleichen.
(Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“, „Vernetzung“)

Die Geschwindigkeit von Fahrzeug 2 nimmt gleichmäßig zu. Die Geschwindigkeit von Fahrzeug 1 nimmt zunächst langsam und dann immer schneller zu.
In den ersten zehn Sekunden ist Fahrzeug 2 schneller als Fahrzeug 1.
Nach 10 Sekunden haben beide Fahrzeuge dieselbe Geschwindigkeit von 60 km/h. Danach ist Fahrzeug 1 schneller als Fahrzeug 2.

2. Die Geschwindigkeitsdifferenz beschreiben.
(Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“, „Modellieren“)

Der Unterschied der beiden Geschwindigkeiten kann durch parallele Strecken zur v –Achse mit Endpunkten auf den beiden Graphen veranschaulicht werden. Er wird zunächst größer und ist für t = 5 s am größten. Dann nimmt er ab. Für t = 10 s ist die Differenz 0.

Niveaustufe C

1. Die zurückgelegten Strecken beschreiben.
(Leitidee „Modellieren“, „Vernetzen“)

Zunächst fährt Fahrzeug 2 vor Fahrzeug 1. Der Abstand zwischen den Fahrzeugen nimmt zu, so lange das Fahrzeug 2 schneller ist als das Fahrzeug 1.
Nach 10 Sekunden ist der Abstand am größten. Danach nähert sich Fahrzeug 1 dem Fahrzeug 2, holt es schließlich ein und überholt es.

2. Die Aufzeichnung für Fahrzeug 1 sinnvoll fortsetzen.
(Leitidee „Modellieren“, „Vernetzen“)

Z. B.: Beim Annähern an die Höchstgeschwindigkeit, nimmt die Geschwindigkeit immer langsamer zu, d. h. die Kurve wird flacher. Fährt das Fahrzeug mit konstanter Höchstgeschwindigkeit, so verläuft die Kurve geradlinig und parallel zur t – Achse.

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Bildungsplan 2004
Allgemein bildendes Gymnasium

Innovativer
Bildungsservice

Niveaukonkretisierung
für Mathematik
Klasse 8

Winkel

Mai 2006

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Qualitätsentwicklung
und Evaluation

Schulentwicklung
und empirische
Bildungsforschung

Bildungspläne

(1) Bezug zu den Bildungsstandards

LEITIDEE „MESSEN“ AUS KLASSE 6

- Maße schätzen und bestimmen

LEITIDEE „RAUM UND FORM“

- Eigenschaften ebener geometrischer Figuren erkennen und begründen

LEITIDEE „VERNETZUNG“

- Prozesse des Begründens verstehen und anwenden, insbesondere bei Beweisen in der Geometrie
- Mathematische Sachverhalte und Problemlösungen verbal beschreiben

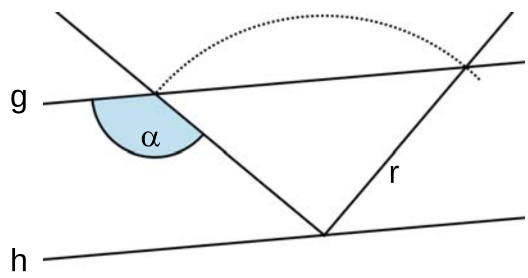
LEITIDEE „MODELLIEREN“ AUS KLASSE 6

- Ergebnisse sinnvoll runden; durch Schätzen auf Brauchbarkeit überprüfen

(2) Problemstellung

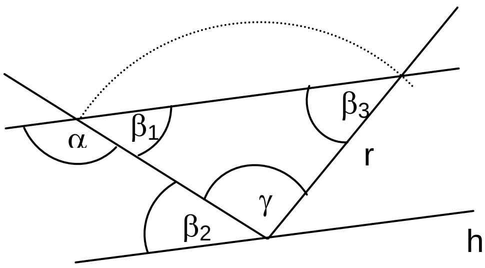
Die Geraden g und h sind parallel.

Weiterhin ist $\alpha = 135°$ und $r = 10$ cm bekannt.



(3) Niveaubeschreibung

Niveaustufe A



1. Bestimmung von Winkelweiten:
   Nebenwinkel von α berechnen:
   $\beta_1 = 180° - \alpha = 45°$.
   Winkel an Parallelen:
   Wechselwinkel β_2 von β_1 hat die gleiche Winkelweite.

   (Leitidee „Raum und Form“)

2. Gleichschenkligkeit des Dreiecks erkennen und anwenden: $\beta_3 = 45°$.
   (Leitidee „Raum und Form“)

Niveaustufe B

1. Rechtwinkligkeit des Dreiecks erkennen und begründen:
   Aus dem Winkelsummensatz folgt $\gamma = 180° - 2 \cdot \beta = 90°$.
   (Leitidee „Vernetzung“)
2. Flächeninhalt des Dreiecks berechnen: $A_{Dreieck} = \frac{1}{2}r^2 = 50 cm^2$.

   (Leitidee „Messen“ aus Klasse 6)

3. Flächeninhalt des Viertelkreises berechnen

   $A_{Viertelkreis} = \frac{1}{4}\pi r^2 = 25\pi cm^2 \approx 78,5cm^2$

   (Leitidee „Messen“ und „Modellieren“ aus Klasse 6)

4. Flächeninhalt des Kreisabschnitts berechnen

   $A_{Kreisabschnitt} = A_{Viertelkreis} - A_{Dreieck} = \frac{1}{4}\pi r^2 - \frac{1}{2}r^2 = (25\pi - 50)cm^2 \approx 28,5cm^2$

   (Leitidee „Messen“ und „Modellieren“ aus Klasse 6)

5. Bogenlänge des Viertelkreises berechnen

   $b_{Viertelkreis} = \frac{1}{4} \cdot 2\pi r = 5\pi cm \approx 15,7cm$

   (Leitidee „Messen“ und „Modellieren“ aus Klasse 6)

Niveaustufe C

6. Verallgemeinerung auf beliebige α:
   a) Für 90° < α < 180° ist das Dreieck auch gleichschenklig, aber im Allgemeinen nicht rechtwinklig.
   b) Für α = 90° entarten das Dreieck und der Kreissektor zur Strecke.
   c) Für 0° < α < 90° entstehen wiederum ein gleichschenkliges Dreieck und ein Kreissektor, wobei der Fall α = 45° dem ursprünglich betrachteten Fall α = 135° entspricht.
   Man erhält immer entsprechende Fälle für die Winkel α und 180° - α .

   (Leitidee „Vernetzung“)

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Bildungsplan 2004
Allgemein bildendes Gymnasium

Innovativer Bildungsservice

Niveaukonkretisierung
für Mathematik
Klasse 10

Glücksrad

Dezember 2004

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Qualitätsentwicklung
und Evaluation

Schulentwicklung
und empirische
Bildungsforschung

Bildungspläne

(1) Bezug zu den Bildungsstandards

Leitidee „Daten und Zufall aus Klasse 8“

- den Begriff „Wahrscheinlichkeit“ verstehen.

Leitidee „Modellieren aus Klasse 8“

- ein Zufallsexperiment durch eine Wahrscheinlichkeitsverteilung beschreiben.

Leitidee „Daten und Zufall“

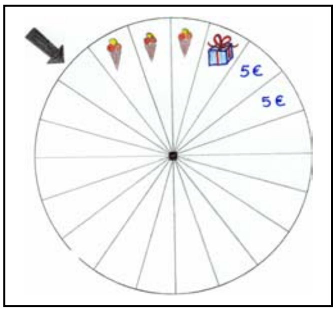
- Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen berechnen;
- Erwartungswert einer Zufallsvariablen verstehen und berechnen.

Leitidee „Modellierung“

- einen Sachverhalt auf angemessene Weise mathematisch beschreiben. Eine zugehörige Problemstellung in dem gewählten mathematischen Modell lösen sowie die Ergebnisse auf die Ausgangsstellung übertragen, interpretieren und ihre Gültigkeit prüfen.

(2) Problemstellung

Für den Einsatz von 2 € darf man ein Glücksrad mit 20 gleich großen Sektoren einmal drehen. Erscheint ein ganz bestimmter Sektor, so erhält der Spieler als Hauptpreis ein Überraschungspaket im Wert von 20 €, bei zwei anderen Sektoren erhält er jeweils einen Geldpreis in Höhe von 5 €, bei drei weiteren Sektoren einen Trostpreis im Wert von 0,50 €. Bei dreimaligem Drehen beträgt der Einsatz 5 €.



(3) Niveaubeschreibung

Niveaustufe A

Einstufiges Zufallsexperiment:

1. Wahrscheinlichkeiten berechnen.

(Leitidee „Daten und Zufall aus Klasse 8“)

Für das Ereignis A „Bei einmaligem Spielen erhält man einen Preis“ gilt $P(A) = \frac{1}{20} + \frac{2}{20} + \frac{3}{20} = \frac{3}{10}$.

Niveaustufe B

Einstufiges Zufallsexperiment:

1. Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Auszahlung festlegen.

(Leitidee „Modellieren aus Klasse 8“)

e_i	20 €	5 €	0,50 €	0 €
$P(e_i)$	$\frac{1}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{14}{20}$

Mehrstufiges Zufallsexperiment:

2. Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen berechnen.

(Leitidee „Daten und Zufall“)

Für das Ereignis B „Bei dreimaligem Spielen erhält man mindestens einen Preis“ gilt

$$P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - \left(\frac{14}{20}\right)^3 = 0{,}657 = 65{,}7\% \ .$$

Spielanalyse:

3. Ein vorgegebenes Spiel analysieren.

(Leitidee „Daten und Zufall“)

X sei Zufallsvariable für den Gewinn (Wert des Preises minus Einsatz) bei einmaligem Spielen (in €). Für den durchschnittlichen Gewinn gilt

$$E(X) = 18 \cdot \frac{1}{20} + 3 \cdot \frac{2}{20} + (-1{,}50) \cdot \frac{3}{20} + (-2) \cdot \frac{14}{20} = -0{,}425$$

Das Spiel ist nicht fair.

Ist Y Zufallsvariable für den Gewinn bei dreimaligem Spielen (in €), so gilt

$$E(Y) = 3 \cdot (-0{,}425) + 1 = -0{,}275 \ .$$

Das Spiel ist auch bei diesem reduzierten Einsatz nicht fair.

Niveaustufe C

Einstufiges Zufallsexperiment:

1. Einen Experimentaufbau reflektieren.

(Leitidee „Daten und Zufall aus Klasse 8“)

Die Gewinnwahrscheinlichkeiten sind unabhängig von der Anordnung der Sektoren. Bei manuellem Drehen kann diese Anordnung das Ergebnis beeinflussen.

Möglichkeiten das Spiel zu variieren:

2. Auffinden von Variationen.

(Leitidee „Daten und Zufall“)

Bei einmaligem Drehen soll der Hauptpreis so gewählt werden, dass das Spiel fair wird.

Aus $(G-2) \cdot \frac{1}{20} + 3 \cdot \frac{2}{20} + (-1{,}50) \cdot \frac{3}{20} + (-2) \cdot \frac{14}{20} = 0$ folgt $G = 28{,}50$.

Hat der Hauptpreis einen Wert von 28,50 €, so ist das Spiel für den Spieler fair, für den Anbieter nicht lukrativ.

Eine Spielstrategie analysieren:

3. Finden eines geeigneten Modells, Lösen der Problemstellung, Übertragen auf die Situation.

(Leitidee „Modellierung“)

Ein Spieler möchte unbedingt einen Hauptpreis erzielen und überlegt sich, wie oft er spielen muss, damit seine Chancen auf mindestens einen Hauptpreis größer als 50% sind.

Für das Ereignis C „Bei n-maligem Spielen wird mindestens ein Hauptpreis erzielt“ gilt

$$P(C) = 1 - P(\overline{C}) = 1 - \left(\frac{19}{20}\right)^n$$

$P(C) > 0{,}5$ führt auf $n > 13{,}5\ldots$; somit muss er mindestens 14-mal spielen.

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Bildungsplan 2004
Allgemein bildendes Gymnasium

Innovativer Bildungsservice

Niveaukonkretisierung
für Mathematik
Klasse 10

Modellierung von Sachverhalten

März 2004

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Qualitätsentwicklung
und Evaluation

Schulentwicklung
und empirische
Bildungsforschung

Bildungspläne

Vorbemerkungen

Bildungsstandards können von Schülerinnen und Schülern in unterschiedlichen inhaltlichen Kontexten und hinsichtlich mehrerer Anforderungsklassen (Niveaus) erworben und angewandt werden. Innerhalb jeder Anforderungsklasse können unterschiedliche Schwierigkeitsgrade auftreten. In den folgenden Problemsituationen werden drei Niveaus unterschieden.

Niveau A: Verfügen über Fakten, Regeln, Verfahren (aus dem Unterricht bekannt; Anwendung in bekannten Zusammenhängen)

Niveau B: Selbstständiges Bearbeiten bekannter Sachverhalte; Kombination von Daten, Regeln und Verfahren

Niveau C: Kreatives Bearbeiten von Problemen: Regeln und Verfahren in neuen Sachverhalten anwenden, auf neue Situationen übertragen; begründen, bewerten, beweisen

Die folgenden Beispiele konkretisieren die Breite und die Tiefe, in der die Standards zu unterrichten sind und zeigen auf, in welches Niveau Schülerbeiträge einzuordnen sind. Sie sind in dieser Form nicht geeignet, Schülerleistungen zu benoten.

Für jedes der drei Niveaus werden typische Schüleraktivitäten auf dem jeweiligen Niveau (mit Bezug zur betreffenden Kompetenz) beschrieben. Selbstverständlich ist nicht daran gedacht, dass alle Anregungen zu erarbeiten sind, ebenso wenig wie sie Anspruch auf Vollständigkeit erheben.

Die vorgegebenen Situationen können methodisch unterschiedlich gestaltet werden. Sie sind so formuliert, dass sie unabhängig von einer Unterrichtsmethode eingesetzt werden können. Jede Situation kann zu einer eher eng geführten, lehrerzentrierten Aufgabe ausgebaut werden, indem Fragen oder Anweisungen hinzugefügt werden. Sie können aber ebenso offen, schülerzentriert gestaltet werden, indem man die Situation als Anfangsimpuls an die Klasse weitergibt.

Modellierung von Sachverhalten – Klasse 10

(1) Bezug zu den Bildungsstandards

Leitidee „Variable“

- Einfache Terme umformen.

Leitidee „Vernetzung“

- Grundlegende Problemtechniken kennen und anwenden;
- Prozesse des Begründens verstehen und anwenden. (aus Klasse 8)

Leitidee „Modellieren“

- Einen Sachverhalt auf angemessene Weise mathematisch beschreiben. Eine zugehörige Problemstellung in dem gewählten mathematischen Modell lösen sowie auf die Ausgangssituation übertragen.

(2) Problemstellung

Vermindert man das Quadrat einer ungeraden Zahl um 1, so erhält man Zahlen mit besonderen Eigenschaften.

(3) Niveaubeschreibung

Niveaustufe A

Konkrete Beispiele notieren und berechnen.

(Leitidee „Vernetzung“)

Beispiele: $1^1 - 1 = 0$; $3^2 - 1 = 8$; $5^2 - 1 = 24$; $7^2 - 1 = 48$; $9^2 - 1 = 80$

Niveaustufe B

Teilbarkeitseigenschaften erkennen.

Die Ergebnisse sind durch 2, 4 und sogar durch 8 teilbar.

Niveaustufe C

Teilbarkeitseigenschaften begründen bzw. beweisen.

(Leitidee „Variable“, „Vernetzung“, Modellierung“)

1. Das Quadrat einer ungeraden Zahl ist ungerade. Vermindert man es um 1, ist das Ergebnis gerade, also durch 2 teilbar.
2. Jede ungerade Zahl z lässt sich darstellen durch $z = 2n + 1$ mit $n \in \mathbb{N}_0$.
   Um 1 vermindertes Quadrat der Zahl z:
   $z^2 - 1 = (2n+1)^2 - 1 = 4n^2 + 2n + 2n + 1 - 1$
   $= 4n^2 + 4n = 4n(n+1)$
   Also: Man erhält eine durch 4 teilbare Zahl.
3. Einer der Faktoren n oder (n+1) ist gerade, damit ist auch n(n+1) gerade. Also ist 4n(n+1) sogar durch 8 teilbar.

Landesinstitut für Schulentwicklung

Bildungsplan 2004
Allgemein bildendes Gymnasium

Innovativer Bildungsservice

Niveaukonkretisierung
für Mathematik
Klasse 10

Wirkungsdiagramm

Mai 2006

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Qualitätsentwicklung
und Evaluation

Schulentwicklung
und empirische
Bildungsforschung

Bildungspläne

(1) Bezug zu den Bildungsstandards

Leitgedanken

Mathematische Sachverhalte mithilfe von Sprache, Bildern und Symbolen beschreiben und veranschaulichen.

LEITIDEE „ALGORITHMUS“

- Werte iterativ berechnen.

LEITIDEE „VERNETZUNG“

- Hilfsmittel sinnvoll und effizient einsetzen.

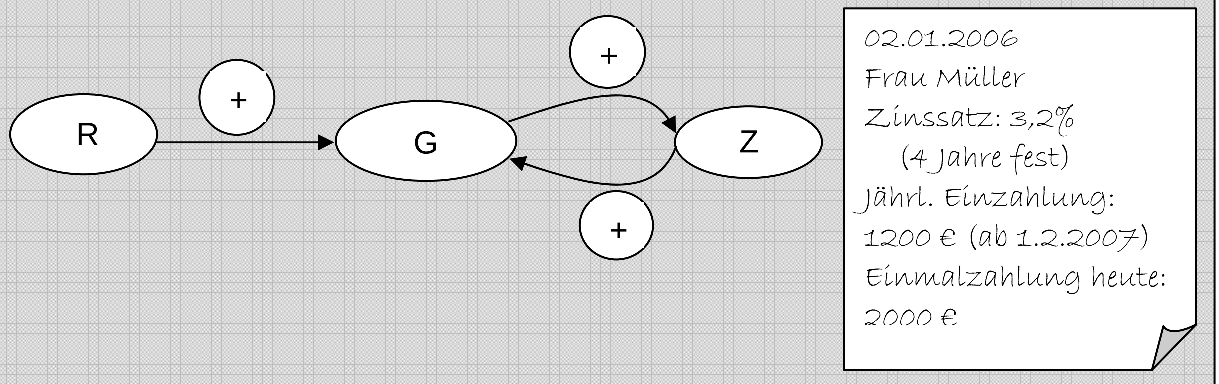
LEITIDEE „MODELLIEREN“

- Wachstumsvorgänge durch diskrete Modelle beschreiben und simulieren.

(2) Problemstellung

Frau Müller plant, mit ihrer Bank einen Sparvertrag abzuschließen.

Der Kundenberater erläutert ihr mithilfe des folgenden Wirkungsdiagramms wie ihr Guthaben Jahr für Jahr anwächst.



(3) Niveaubeschreibung

Niveaustufe A

1. Einfache Berechnungen anstellen:
   (Leitidee „Modellieren“ aus Klasse 8)
   - Zinsen im ersten Jahr: 3,2% von 2000 € = 2000 € · 0,032 = 64 €
   - Kontostand nach einem Jahr: 2000 € · 1,032 + 1200 € = 3264 €
   - usw.
2. Berechnung der Kontostände mithilfe eines grafikfähigen Taschenrechners oder eines Tabellenkalkulationsprogramms (nachdem die rekursive Beschreibung gefunden wurde):
   (Leitidee „Algorithmus“)

Zeit t in Jahren	0	1	2	3	4
Guthaben G in €	2000,00	3264,00	4568,40	5914,60	7303,90

Niveaustufe B

1. Deutung der Symbole im Wirkungsdiagramm:

   (Leitidee „Modellieren“)

   Systemgrößen:
   G: Jeweiliger Kontostand (ändert sich immer am 2.Januar)
   Z: Jeweilige Zinsen
   R: Jährliche feste Einzahlung

   Wirkungspfeile:
   - Je größer das Guthaben ist, desto größer sind die Zinsen
   - Je größer die Zinsen sind, desto größer wird das Guthaben
   - Je größer die jährliche Einzahlung ist, desto größer wird das Guthaben

2. Rekursive Beschreibung:

   (Leitideen „Funktionaler Zusammenhang“ und „Modellieren“)

   $G(0) = 2000$
   $G(t+1) = 1{,}032 \cdot G(t) + 1200$

Niveaustufe C

1. Untersuchung des Einflusses der jährlichen Rate und des Zinssatzes:

   (Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“)

   - Bei gleichem Zinssatz und einer um 100 € höheren jährlicher Einzahlung wäre das Guthaben nach 4 Jahren um 419,60 € höher, bei 200 € um 839,20 € usw. (linearer Zusammenhang)
   - Bei einem um 1% höheren Zinssatz und gleicher jährlicher Einzahlung wäre das Guthaben nach 4 Jahren um 164,80 € höher, bei einem um 2% höheren Zinssatz um 333,20 € höher usw. (kein linearer Zusammenhang)

2. Beschreibung der Beratung:

   (Leitgedanken zum Kompetenzerwerb „Kommunizieren“)

   Z.B.: „Sie zahlen heute, am 2.Januar 2006 einen Betrag von 2000 € auf den Sparvertrag ein. In jedem der kommenden vier Jahre buchen wir Ihnen an diesem Tag 1200 € von Ihrem Girokonto ab. Wenn Sie innerhalb der vier Jahre nichts von diesem Konto abheben, erhalten Sie jährlich attraktive 3,2% Zinsen. Lassen Sie mich kurz nachrechnen, wie sich dann Ihr Guthaben entwickelt.
   Nach 4 Jahren beträgt Ihr Guthaben 7303,90 €. Nach 10 Jahren hätten Sie sogar 16 625 € angespart, vorausgesetzt natürlich, dass sich der Zinssatz nicht verändert.“

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Bildungsplan 2004
Allgemein bildendes Gymnasium

Innovativer Bildungsservice

Niveaukonkretisierung
für Mathematik
Kursstufe

Fichtenbestand in Deutschland

Dezember 2004

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Qualitätsentwicklung
und Evaluation

Schulentwicklung
und empirische
Bildungsforschung

Bildungspläne

(1) Bezug zu den Bildungsstandards

Leitidee „Modellieren“ aus Klasse 8

- inner- und außermathematische Sachverhalte mithilfe von Tabellen, Termen oder Graphen beschreiben und umgekehrt Tabellen, Terme und Graphen in Bezug auf einen Sachverhalt interpretieren.

Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“ aus Klasse 10

- über Grundkompetenzen im Umgang mit Funktionen verfügen.

Leitidee „Vernetzung“ aus Klasse 10

- Hilfsmittel sinnvoll und effizient einsetzen.

Leitidee „Modellieren“

- inner- und außermathematische Sachverhalte und ihre Veränderungen auch in komplexeren Zusammenhängen mathematisch modellieren.

(2) Problemstellung

Fichten stellen in Deutschland mit über 40% der Gesamtwaldfläche die wichtigste Holzart dar.

In einer Region wurden folgende Durchschnittswerte gemessen:

Alter des Baumes in Jahren	0 (Setzling)	20	40	60	80	100	120	140	160
Durchmesser in m (bei älteren Fichten gemessen in 1,30 m Höhe)	0,05	0,10	0,22	0,33	0,54	0,75	0,83	0,91	0,95

(3) Niveaubeschreibung

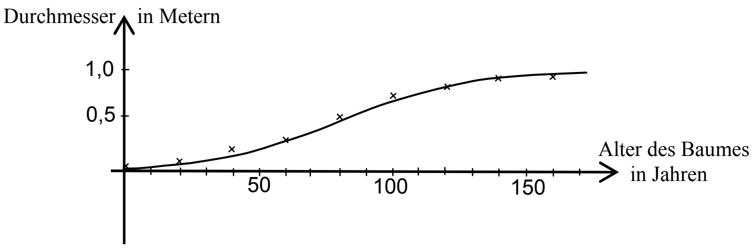
Niveaustufe A

1. Gegebene Punkte in das Koordinatensystem eintragen.

(Leitidee „Modellieren“ aus Klasse 8)

2. Einen möglichen Graphen der Funktion skizzieren.

(Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“ aus Klasse 10)



Niveaustufe B

1. Graph interpretieren

(Leitidee „Modellieren“ aus Klasse 8)

Das Wachstum des Durchmessers der ausgewachsenen Fichte wird bei ca. 0,95 m enden. Die Wachstumsgeschwindigkeit nimmt zunächst zu, dann wieder ab. Das stärkste Dickenwachstum entspricht dem Zeitpunkt, an dem die Tangente an die Kurve die größte Steigung hat. Dies ist bei ca. 80 Jahren der Fall.

Die Steigung der Wendetangente hat etwa den Wert den Wert 0,01. Dies bedeutet, dass im Alter von 80 Jahren der Durchmesser um ca. 1 cm pro Jahr wächst.

2. Mittels GTR eine Approximationsfunktion bestimmen und grafisch darstellen.

(Leitidee „Vernetzung“ aus Klasse 10)

(Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“ aus Klasse 10)

Funktionsanpassung mittels GTR: Eingabe der gegebenen Daten, grafische Darstellung der Daten. Festlegung einer Approximationsfunktion aus mehreren Möglichkeiten (ganzrationale Funktion ersten, zweiten, dritten oder vierten Grades; Logarithmus-; Exponential-; Potenzfunktion).

Grafische Darstellung der Approximationsfunktion in der Darstellung der Daten. Bei größeren Abweichungen Approximation durch einen anderen Funktionstyp.
Mögliches Ergebnis:

$$d(t) = \frac{1}{1+19{,}5e^{-0{,}04t}}$$

oder

$$d(t) = -5{,}03\cdot 10^{-7}\cdot t^3 + 1{,}14\cdot 10^{-4}\cdot t^2 + 1{,}87\cdot 10^{-4}\cdot t + 0{,}05$$

Niveaustufe C

1. Qualität der Näherung beurteilen, mögliche Abweichungen erklären

(Leitidee „Modellieren“)

Beurteilung der Qualität der gewählten Approximation: Aussagen zu Abweichungen (Qualitätsmerkmal Genauigkeit); Grafische Veranschaulichung und Angabe eines Abweichungsmaßes; Vorhandensein oder Fehlen einer Modellannahme für den zu approximierenden Vorgang.

Unter Umständen auch:

Angabe von realitätsbezogenen Gründen für Abweichungen (wachstumsfördernde oder wachstumshemmende Einflüsse durch Pflegemaßnahmen, Wetterbedingungen, Umwelteinflüsse, Schädlingsbefall usw.).

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Bildungsplan 2004
Allgemein bildendes Gymnasium

Innovativer Bildungsservice

Niveaukonkretisierung
für Mathematik
Kursstufe

Funktionen

März 2004

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Qualitätsentwicklung
und Evaluation

Schulentwicklung
und empirische
Bildungsforschung

Bildungspläne

Vorbemerkungen

Bildungsstandards können von Schülerinnen und Schülern in unterschiedlichen inhaltlichen Kontexten und hinsichtlich mehrerer Anforderungsklassen (Niveaus) erworben und angewandt werden. Innerhalb jeder Anforderungsklasse können unterschiedliche Schwierigkeitsgrade auftreten. In den folgenden Problemsituationen werden drei Niveaus unterschieden.

Niveau A: Verfügen über Fakten, Regeln, Verfahren (aus dem Unterricht bekannt; Anwendung in bekannten Zusammenhängen)

Niveau B: Selbstständiges Bearbeiten bekannter Sachverhalte; Kombination von Daten, Regeln und Verfahren

Niveau C: Kreatives Bearbeiten von Problemen: Regeln und Verfahren in neuen Sachverhalten anwenden, auf neue Situationen übertragen; begründen, bewerten, beweisen

Die folgenden Beispiele konkretisieren die Breite und die Tiefe, in der die Standards zu unterrichten sind und zeigen auf, in welches Niveau Schülerbeiträge einzuordnen sind. Sie sind in dieser Form nicht geeignet, Schülerleistungen zu benoten.

Für jedes der drei Niveaus werden typische Schüleraktivitäten auf dem jeweiligen Niveau (mit Bezug zur betreffenden Kompetenz) beschrieben. Selbstverständlich ist nicht daran gedacht, dass alle Anregungen zu erarbeiten sind, ebenso wenig wie sie Anspruch auf Vollständigkeit erheben.

Die vorgegebenen Situationen können methodisch unterschiedlich gestaltet werden. Sie sind so formuliert, dass sie unabhängig von einer Unterrichtsmethode eingesetzt werden können. Jede Situation kann zu einer eher eng geführten, lehrerzentrierten Aufgabe ausgebaut werden, indem Fragen oder Anweisungen hinzugefügt werden. Sie können aber ebenso offen, schülerzentriert gestaltet werden, indem man die Situation als Anfangsimpuls an die Klasse weitergibt.

Funktionen – Kursstufe

(1) Bezug zu den Bildungsstandards

Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“

- Über Grundkompetenzen im Umgang mit Funktionen verfügen. (aus Klasse 10)
- Wirkungen von Parametern in Funktionstermen verstehen. (aus Klasse 10)
- Eine Funktion aus ihren Änderungsraten rekonstruieren.

Leitidee „Algorithmus“

- Die Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems bestimmen.

(2) Problemstellung

Der Graph einer Funktion f ist auf $\mathbb{R}$ monoton wachsend und rechtsgekrümmt.
Es ist $f(5) = 2$ und $f'(5) = 0{,}5$.

(3) Niveaubeschreibung

Niveaustufe A

1. Gegebene Informationen in das Koordinatensystem eintragen.
   (Leitidee „Funktionaler Zusammenhang aus Klasse 10“)
2. Funktionsterm bestimmen.
   (Leitidee „Algorithmus“)

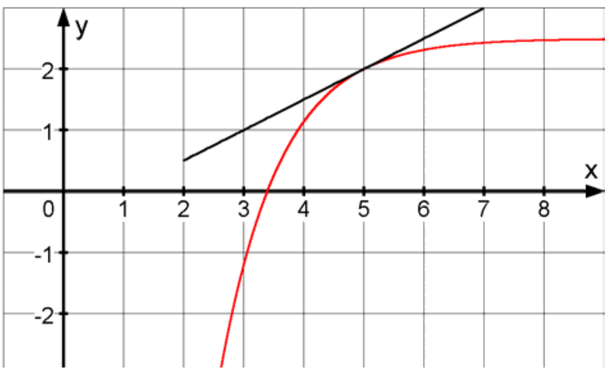
   $f(x) = c - ae^{-x} \qquad f(x) = c - ae^{-5} = 2$

   $f'(x) = ae^{-x} \qquad f'(x) = ae^{-5} = 0{,}5$

   Daraus ergibt sich $f(x) = 2{,}5 - 0{,}5e^{5-x}$

Niveaustufe B

1. Einen möglichen Graphen der Funktion skizzieren.
   (Leitidee „Funktionaler Zusammenhang aus Klasse 10“)



2. Aussage über Nullstellen treffen.
   (Leitidee „Funktionaler Zusammenhang aus Klasse 10“)

   Die Funktion f hat genau eine Nullstelle. Diese ist kleiner als 5.

3. Funktionstyp erkennen.
   (Leitidee „Funktionaler Zusammenhang aus Klasse 10“)

   Möglicher Funktionsterm: $f(x) = c - ae^{-x}$

Niveaustufe C

1. Nicht-Existenz von Extremstellen erkennen.

   Verhalten für $x \to \pm\infty$ untersuchen
   (Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“)

   Die Funktion f hat keine Extremstellen.
   Für $x \to -\infty$ gilt: $f(x) \to -\infty$.

   Für $x \to +\infty$ gilt: $f(x) \to +\infty$ oder f hat einen Grenzwert.

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Bildungsplan 2004
Allgemein bildendes Gymnasium

Innovativer Bildungsservice

Niveaukonkretisierung
für Mathematik
Kursstufe

Heißluftballon

Mai 2006

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Qualitätsentwicklung
und Evaluation

Schulentwicklung
und empirische
Bildungsforschung

Bildungspläne

(1) Bezug zu den Bildungsstandards

LEITIDEE „RAUM UND FORM“

- geometrische Objekte im Raum vektoriell beziehungsweise analytisch beschreiben und ihre Lagebeziehung analysieren;
- Eigenschaften von geometrischen Objekten und Beziehungen zwischen geometrischen Objekten beschreiben und berechnen.

LEITIDEE „FUNKTIONALER ZUSAMMENHANG“

- besondere Eigenschaften von Funktionen rechnerisch und mithilfe des GTR bestimmen.

LEITIDEE „VERNETZUNG“ AUS KLASSE 10

- Hilfsmittel sinnvoll und effizient einsetzen.

LEITIDEE „VERNETZUNG“

- Probleme lösen, die den Einsatz von Begriffen und Verfahren aus verschiedenen Teilbereichen der Mathematik erfordern.

LEITIDEE „MODELLIEREN“

- inner- und außermathematische Sachverhalte und ihre Veränderungen auch in komplexeren Zusammenhängen mathematisch modellieren.

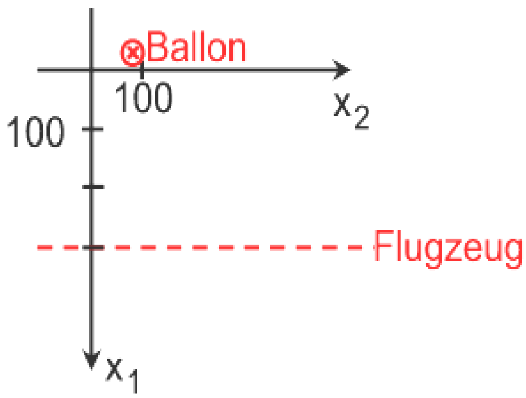
(2) Problemstellung

Ein Flugzeug fliegt bezogen auf ein räumliches Koordinatensystem parallel zur x_2-Achse mit der Geschwindigkeit v_F=360 km/h. Gleichzeitig steigt ein Ballon mit der Geschwindigkeit v_B = 5m/s senkrecht nach oben auf. Im Zeitpunkt t = 0 befindet sich der Ballon im Punkt B(-35|82|23), das Flugzeug im Punkt F(300|-1000|800). Der vorgeschriebene Sicherheitsabstand zwischen Flugzeug und Ballon beträgt 500m.

(3) Niveaubeschreibung

Niveaustufe A

1. Gegebene Informationen geeignet darstellen (Skizze in Draufsicht).
   (Leitidee „Modellieren“)



Niveaustufe B

1. Bestimmung des Abstandes der beiden Flugbahnen:

   (Leitidee „Form und Raum“)

   Aufgrund der besonderen Lage ergibt sich für den Abstand der Flugbahnen (in m):
   300 + 35 = 335.

Niveaustufe C

1. Situation analysieren:

   (Leitideen „Form und Raum“ und „Modellieren“)

   Da der Abstand der Flugbahnen geringer ist als der Sicherheitsabstand, sind die Flugbahnen zeitabhängig zu betrachten.

2. Abstand der beiden Flugobjekte:

   (Leitideen „Raum und Form“, „Funktionaler Zusammenhang“, „Vernetzung“ aus Klasse 10, „Vernetzung“ und „Modellieren“)

   Wahl des jeweiligen Richtungsvektors so, dass sein Betrag die Geschwindigkeit in m/s angibt.

   Flugbahn des Ballons: $\vec{x}_B = \begin{pmatrix} -35 \\ 82 \\ 23 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$; t in s

   Flugbahn des Flugzeugs: $\vec{x}_F = \begin{pmatrix} 300 \\ -1000 \\ 800 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 100 \\ 0 \end{pmatrix}$; t in s

   Abstand des Flugzeugs und des Ballons in Abhängigkeit von t:

   $$d(t) = \sqrt{(300+35)^2 + (-1000+100t-82)^2 + (800-23-5t)^2}\ .$$

   Unter Verwendung des GTR führt dies auf $d_{\min} \approx 800$ m.
   Der Sicherheitsabstand wird folglich eingehalten.