Landesinstitut
für Schulentwicklung

Bildungsplan 2012
Werkrealschule

Innovativer Bildungsservice

Mittlerer Schulabschluss

Planungshilfen Mathematik
Lernmodule zu den Standards Klasse 10

Pythagoras
Strahlensätze
Winkelfunktionen

Stuttgart 2013

Landesinstitut
für Schulentwicklung

www.ls-bw.de
best@ls.kv.bwl.de

Qualitätsentwicklung
und Evaluation

Schulentwicklung
und empirische
Bildungsforschung

Bildungspläne

Vorwort

Planungshilfen zu den Standards Klasse 10
zur Vorbereitung auf die schriftliche Abschlussprüfung

Planungshilfen bieten exemplarisch Anregungen für den Unterricht in Klasse 10 der Werkrealschule. Ausgehend von den im Bildungsplan genannten Kompetenzen, die die schriftliche Abschlussprüfung für den Mittleren Schulabschluss an den Werkrealschulen voraussetzt, werden Förderanregungen für das individuelle Lernen aufgezeigt. Diese können flexibel und schülerorientiert eingesetzt werden.

Schülerinnen und Schüler, die den Mittleren Schulabschluss (MSA) in Klasse 10 anstreben, können mit Hilfe des vorliegenden Materials ihre Kompetenzen selbstständig wiederholen, vertiefen und erweitern.

Für zieldifferent unterrichtete Klassen liegen darüber hinaus die Trainingsmodule zu den Standards in Klasse 9 vor. Diese dienen der Vorbereitung auf den Hauptschulabschluss (HSA). Die Trainingsmodule sind veröffentlicht unter:

http://www.bildung-staerkt-menschen.de/unterstuetzung/schularten/WRS/tm

Internetseiten dritter Anbieter / Links

Dieses Dokument enthält auch Links oder Verweise auf Internetauftritte Dritter.
Diese Links zu den Internetauftritten Dritter stellen keine Zustimmung zu deren Inhalten durch den Herausgeber dar. Es wird keine Verantwortung für die Verfügbarkeit oder den Inhalt solcher Internetauftritte übernommen und keine Haftung für Schäden oder Verletzungen, die aus der Nutzung – gleich welcher Art – solcher Inhalte entstehen. Mit den Links zu anderen Internetauftritten wird den Nutzern lediglich der Zugang zur Nutzung der Inhalte vermittelt. Für illegale, fehlerhafte oder unvollständige Inhalte und für Schäden, die aus der Nutzung entstehen, haftet allein der Anbieter der Seite, auf welche verwiesen wurde.

Inhaltsverzeichnis

1. Hinweise für Lehrkräfte zum Einsatz der Lernmodule

1.1 Bezug zum Bildungsplan und Zuordnung der Lernmodule zu den veröffentlichten Curricula (Beispiel 1 und 2) für die Werkrealschule

Die Lernmodule beziehen sich auf das Curriculum Beispiel 1 und enthalten ausgearbeitete Vorschläge für eine Umsetzung von einzelnen Teilen des Curriculums. Selbstverständlich können die Lernmodule bei entsprechender Anpassung von den Schulen auch für die Arbeit mit dem Curriculum Beispiel 2 eingesetzt werden, denn jedes Lernmodul enthält zu einer Bildungsplankompetenz die wesentlichen Teilkompetenzen, über die eine Schülerin oder ein Schüler verfügen muss.

Kompetenz Klasse 9	
Die Schülerinnen und Schüler können • den Satz des Pythagoras […] bei Konstruktionen, Berechnungen und Beweisen anwenden.	**Lernmodule Pythagoras Bausteine 1 - 5**
Bezug zum Curriculum Klasse 9 (Beispiel 1)	
Der Satz des Pythagoras (ca. 15 - 16 Std.) • Unterschiedliche Dreiecksformen anhand ihrer Eigenschaften unterscheiden und klassifizieren • Dreiecke mit Geodreieck und Zirkel konstruieren • Dreiecke nach Vorgabe der Eckpunkte in ein Koordinatensystem einzeichnen • Rechtwinklige Dreiecke erkennen (Begriffe: Hypotenuse, Kathete) • Den Satz des Pythagoras über praktische Messungen und Berechnungen an rechtwinkligen Dreiecken ableiten • Den Satz des Pythagoras im Bereich Höhen- und Entfernungsmessung einsetzen (Geometrie im Gelände) • Anwendungsaufgaben zeichnerisch und rechnerisch mit dem Satz des Pythagoras lösen	
Kompetenz Klasse 10	
Die Schülerinnen und Schüler können • Sachaufgaben mithilfe von Winkelfunktionen lösen. • Streckenlängen und Winkelgrößen unter Nutzung des Satzes von Pythagoras, der Winkelfunktionen und der Strahlensätze berechnen. • den Zusammenhang zwischen Seitenverhältnissen und Winkeln in Dreiecken erklären und trigonometrische	**Lernmodule Pythagoras Bausteine 4 – 5** **Lernmodule Strahlensätze Bausteine 1 – 4** **Lernmodule Winkelfunktionen Bausteine 1 - 5**

Funktionen für Berechnungen nutzen.	
Bezug zum Curriculum Klasse 10 (Beispiel 1)	
Ähnlichkeit und Strahlensätze (ca. 4 – 5 Std.) - Bilder über maßstäbliche Vergrößerung herstellen - Einander ähnliche Figuren / Dreiecke zuordnen (Winkelgröße und damit Längenverhältnisse zweier entsprechender Seiten als Argumentationsgrundlage nutzen) - Ähnlichkeit über gleiche Streckenverhältnisse definieren - Ersten und zweiten Strahlensatz angeben	
Trigonometrische Funktionen (ca. 15 – 18 Std.) - Dreiecksseiten mit Kathete und Hypotenuse benennen - Sinus, Kosinus und Tangens im rechtwinkligen Dreieck definieren - Sinus-, Kosinus- und Tangenswert eines Winkels mit dem Taschenrechner bestimmen - Fehlende Angaben in Dreiecken mit Hilfe der unterschiedlichen Winkelfunktionen berechnen - Berechnungen an unregelmäßigen Dreiecken über die Zerlegung in rechtwinklige Dreiecke durchführen - Winkelgrößen und Seitenlängen von Körpern durch Anwendung der Winkelfunktionen berechnen	

1.2 Aufbau und Zielsetzung der Lernmodule

Die vorgestellten Lernmodule orientieren sich an den Bildungsplankompetenzen und sind in die Teilkompetenzen aufgegliedert, über die die Schülerinnen und Schüler am Ende von Klasse 9 und 10 im Hinblick auf die Kompetenz verfügen sollen.

Alle Lernmodule bestehen aus Einzelbausteinen, die für jeden Themenbereich so aufgebaut sind, dass sich Schülerinnen und Schüler durch die Bearbeitung der Bausteine schrittweise über Erkundungen und Entdeckungen Wissen zu den Teilkompetenzen selbst erwerben oder vorhandenes Wissen sichern und einüben, anwenden, vertiefen und erweitern können. Bei den einzelnen Bausteinen handelt es sich um geschlossene Einheiten mit einem logischen Aufbau, der den mathematischen Wissenserwerb und die Wissenssicherung unterstützt. Je nach Vorkenntnissen der Schülerinnen und Schüler können einzelne Bausteine unabhängig von anderen Bausteinen bearbeitet werden.

Der Satz des Pythagoras
Baustein 1: Entdecken und erkunden

Ich kann den Satz des Pythagoras über Messungen und Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck herleiten.

BP 2012 Kompetenz Klasse 9	*Die Schülerinnen und Schüler können den Satz des Pythagoras […] bei Konstruktionen, Berechnungen und Beweisen anwenden.*		
Vorkenntnisse	- *Unterschiedliche Dreiecksarten kennen und benennen* - *Winkelgrößen bestimmen* - *Quadratzahlen und Quadratwurzeln berechnen*		
Erledigt am		**Zeitumfang**	etwa 3 Stunden

Thema des Bausteins
Teilkompetenz
Bildungsplanbezug
Für die Bearbeitung erforderliche Vorkenntnisse
- Zeitpunkt der Fertigstellung - Geschätzte Bearbeitungszeit für die Bearbeitung des Moduls

In jedem der einzelnen Bausteine wird in rot unterlegten Kästen das Grundwissen zur Teilkompetenz dargestellt. Es erklärt die wesentlichen Fachbegriffe und Formeln, zum Teil auch mit Beispielen.

Zusatzaufgaben mit einem erhöhten Anforderungsniveau bieten Differenzierungsmöglichkeiten und eine zusätzliche Herausforderung für Schülerinnen und Schüler mit fundierten Vorkenntnissen.

Innerhalb der Bausteine finden Schülerinnen und Schüler Hilfen zur Bearbeitung der Lernaufgaben. Diese Hilfen sind teilweise in die Aufgaben integriert oder finden sich in der Randspalte unter Tipps und Hinweise, die den Schülerinnen und Schülern ermöglichen sollen, Aufgaben ohne die Hilfe der Lehrerin oder des Lehrers zu lösen.

1.3 Lernvoraussetzungen

Die Lernvoraussetzungen oder Vorkenntnisse, die Schülerinnen und Schüler zur Bearbeitung der einzelnen Bausteine benötigen, sind auf den Deckblättern der einzelnen Bausteine benannt. Hier können Schülerinnen und Schüler sowie die Lehrperson sich einen schnellen Überblick darüber verschaffen, ob der Baustein den eigenen Kompetenzen angemessen ist oder ob die Bearbeitung eines vorangestellten Bausteins sinnvoller wäre.

1.4 Unterrichtsorganisatorische Modelle zum Einsatz der Lernmodule

Beim Einsatz von Lernmodulen für die Klasse 10 bieten sich grundsätzlich folgende Organisationsmodelle an:

<table>
<tr><td>Modell 1</td><td colspan="2">Modell 2</td></tr>
<tr><td>Ziel: Gemeinsames und kooperatives Lernen ermöglichen</td><td colspan="2">Ziel: Individualisierung ermöglichen</td></tr>
<tr><td>Bildung heterogener Kleingruppen</td><td colspan="2">Bildung „homogener“ Leistungsgruppen</td></tr>
<tr><td rowspan="3">- Bausteine eines Lernmoduls, die verständnisfördernde Grundlagen legen, können von leistungsstärkeren und leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern in einem gemeinsamen Unterricht bearbeitet werden.
- Leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler bearbeiten gemeinsam mit leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern die auf den Grundlagen aufbauenden Bausteine eines Lernmoduls.
- Über anspruchsvolle Zusatzaufgaben haben leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit, sich auf einem höheren Anforderungsniveau in die fachliche Problematik einzuarbeiten.
- Leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler können hier grundsätzlich als Expertinnen und Experten bei der Unterstützung der schwächeren Schülerinnen und Schüler mitwirken.</td><td>Leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler</td><td>Leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler</td></tr>
<tr><td>- Selbstständige Bearbeitung der Lernmodule</td><td>- Durch die Lehrkraft begleitete Bearbeitung der Lernmodule
- Auswahl anderer Lerninhalte, für die individueller Förderbedarf besteht</td></tr>
<tr><td colspan="2">- Leistungsstärkere und Leistungsschwächere befinden sich in einem ständigen kommunikativen Austausch.</td></tr>
</table>

Modell 1
Ziel: Gemeinsames und kooperatives Lernen ermöglichen

Zum Einstieg in ein Lernmodul beziehungsweise in die Arbeit mit einem Baustein ist es sinnvoll, exemplarisch mit den Schülerinnen und Schülern die Arbeitsweise mit dem Baustein zu klären. So erfahren die Schülerinnen und Schüler den Zweck der Inhalte des Deckblatts, die Bedeutung der Felder zum Grundwissen, der Tipps und Hilfen in den Randspalten sowie die Reflexion der eigenen Arbeit mit der „Rückblick-Tabelle“.

Die Bausteine machen es möglich, sich individuell, in Partner- oder Kleingruppenarbeit mit einem Thema oder einer Teilkompetenz auseinanderzusetzen. Jede Schülerin und jeder

Schüler erhält einen Ausdruck des Bausteins, dessen Aufgaben teilweise auf den Bögen, teilweise im eigenen Heft oder auf Zusatzbögen, die mit dem Baustein abgeheftet werden, bearbeitet werden.

Bei Modell 1 können die Lernmodule folgendermaßen in einen Unterricht integriert werden:

Die Bausteine „Entdecken und Erkunden" der Lernmodule „Pythagoras", „Ähnlichkeit" und „Zentrische Streckung" erarbeiten wichtige, verständnisfördernde Grundlagen, die sowohl von den Schülerinnen und Schülern, die den Hauptschulabschluss als auch von denen, die den Mittleren Bildungsabschluss anstreben, beherrscht werden müssen. Daher können diese Bausteine auch in einem zieldifferenten Unterricht eingesetzt werden.

Die weiteren Bausteine der einzelnen Lernmodule bauen auf diesen Bausteinen auf und können von der Lehrkraft benutzt werden, um einen gelenkten Unterricht durchzuführen. Die Lehrkraft bespricht in diesem Unterricht die Aufgaben mit der gesamten Gruppe, lässt sie anschließend in Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit in einem gegebenen Zeitraum bearbeiten und führt abschließend Reflexionsgespräche mit den Schülerinnen und Schülern über deren Erkenntnisse und Erfahrungen. In solchen Besprechungen können auch Fehler oder nicht weiterführende Lösungswege thematisiert werden. Ein solcher positiver Umgang mit Fehlern ist ebenfalls bedeutsam für einen möglichen Kompetenzzuwachs.
Auch eine Präsentation und Dokumentation der Ergebnisse dieser Aufgaben durch die Schülerinnen und Schüler ist möglich.
Die Weiterarbeit mit den Bausteinen kann zunehmend individualisierter verlaufen, wobei leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler durchaus gemeinsam mit leistungsschwächeren Schülerinnen und Schüler dasselbe Lernmodul bearbeiten können, über anspruchsvolle Zusatzaufgaben jedoch die Möglichkeit haben, sich auf einem höheren Anforderungsniveau in die fachliche Problematik einzuarbeiten.

Leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler wirken grundsätzlich als Expertinnen und Experten bei der Unterstützung der schwächeren Schülerinnen und Schüler mit.

Modell 2
Ziel: Individualisierung ermöglichen

Wie schon bei Modell 1 ist es auch bei Modell 2 zum Einstieg in ein Lernmodul beziehungsweise in die Arbeit mit einem Baustein sinnvoll, exemplarisch mit den Schülerinnen und Schülern die Arbeitsweise mit dem Baustein zu klären, damit die Schülerinnen und Schüler den Zweck der Inhalte des Deckblatts, die Bedeutung der Felder zum Grundwissen, der Tipps und Hilfen in den Randspalten sowie die Reflexion der eigenen Arbeit mit der „Rückblick-Tabelle" erfahren.

Der Aufbau der Bausteine ermöglicht es, sich individuell, in Partner- oder Kleingruppenarbeit mit einem Thema oder einer Teilkompetenz auseinanderzusetzen. Deshalb erhält jede Schülerin und jeder Schüler einen Ausdruck des Bausteins, dessen Aufgaben teilweise auf den Bögen, teilweise im eigenen Heft oder auf Zusatzbögen, die mit dem Baustein abgeheftet werden, bearbeitet werden.

Wenn die Schülerinnen und Schüler mit der Arbeit begonnen haben, verändert sich die Rolle der Lehrperson. Sie wird zur Beobachterin der Lernprozesse, die im Bedarfsfall als Beraterin oder Expertin für Rückfragen zur Verfügung steht. Es sollte vermieden werden, dass die Lehrperson einzelne Aufgaben vertieft erläutert. Stattdessen sollten Schülerinnen und Schüler ermutigt werden, mit Hilfe des Grundwissens, der Tipps und Hilfen auf der Randspalte, selbstständig die Aufgaben zu erschließen und zu lösen. Ein in der Klasse eingeführtes Helfersystem bietet hier eine Möglichkeit, Schülerinnen und Schüler zur gegenseitigen Hilfe anzuregen und sich der eigenen schon vorhandenen Kompetenzen bewusst zu werden. Leistungsstärkere werden durch die Rückfragen von Leistungsschwächeren aufgefordert, ihre prozessbezogenen Kompetenzen Kommunizieren und Argumentieren einzusetzen und damit die eigenen mathematischen Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten zu hinterfragen und zu festigen.

Zu den Bausteinen wurden Lösungsblätter erstellt. Im Idealfall werden die vorgegebenen Lösungen mit Schülerlösungen ergänzt, um wiederum aufzuzeigen, welche Bandbreite es bei Lösungswegen gibt.

1.5 Leistungsrückmeldung

Mit Hilfe der Checkliste im „Rückblick“ am Ende jedes Bausteins reflektieren Schülerinnen und Schüler selbst ihren Lernstand und erfahren nochmals, welche Teilkompetenzen sie bei der Arbeit mit dem Baustein gesichert oder erworben haben.

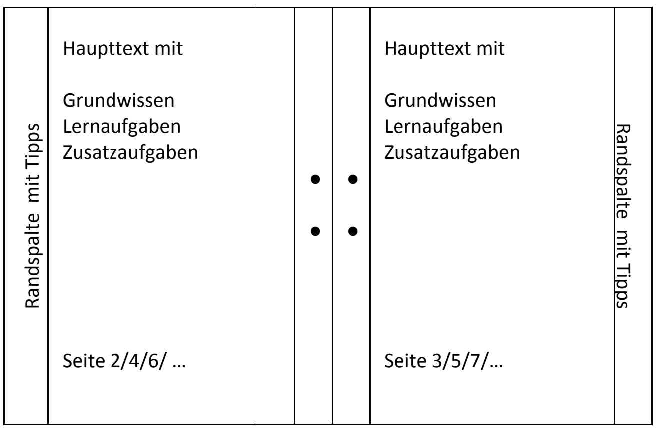
Bei der selbstständigen Erarbeitung durch die Schülerinnen und Schüler ist es sinnvoll, dass die Lehrerin oder der Lehrer als Lernbegleiter/in ein Rückmeldegespräch führt, in dem die Lernfortschritte und der weitere Lernbedarf thematisiert werden. In diesem Rückmeldegespräch kann auf die Spalten „Hier habe ich noch Fragen – Das hat noch nicht richtig geklappt“ eingegangen werden.

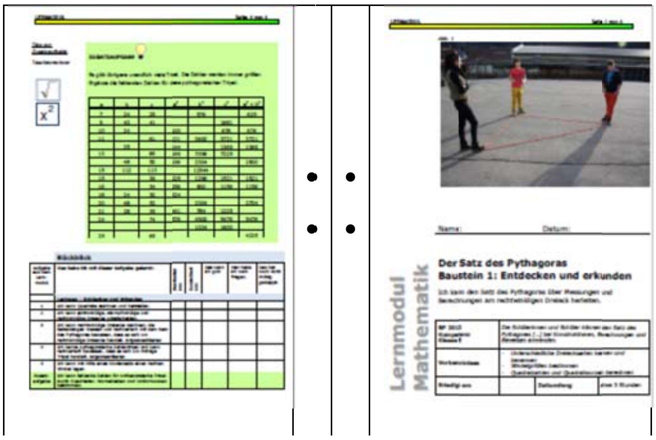
1.6 Übersicht über die einzelnen Lernmodule und Bausteine

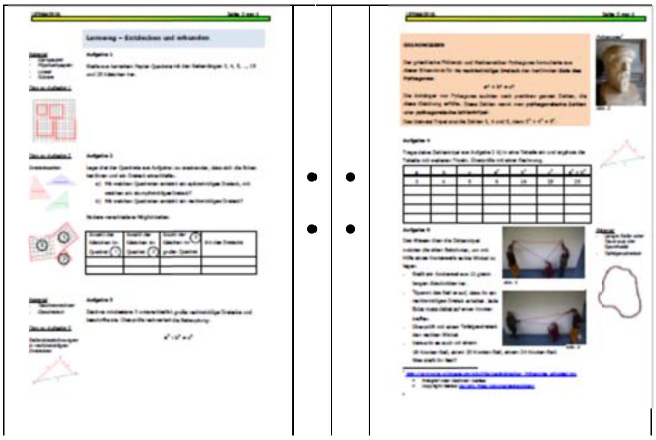
Lernmodul Pythagoras	Baustein 1	Entdecken und erkunden
	Baustein 2	Vertiefen und beweisen
	Baustein 3	Üben und übertragen
	Baustein 4	Anwenden
	Baustein 5	Üben, vertiefen und anwenden
Lernmodul Strahlensätze	Baustein 1	Basiswissen - Ähnlichkeit
	Baustein 2	Basiswissen - Zentrische Streckung
	Baustein 3	Strahlensätze
	Baustein 4	Strahlensätze - Anwendungen
Lernmodul Winkelfunktionen	Baustein 1	Entdecken und erkunden
	Baustein 2	Sinus
	Baustein 3	Kosinus und Tangens
	Baustein 4	Anwenden
	Baustein 5	Unregelmäßige Dreiecke

1.7 Hinweise zum Layout und Ausdruck der Lernmodule

Die einzelnen Seiten der Lernmodule sind so aufgebaut, dass bei den auf das Deckblatt folgenden Seiten die Randspalte einmal links, einmal rechts liegt. Anlass für diese Art der Formatierung war das Ziel, die auf vielen Kopierern mittlerweile verfügbare Funktion eines Buchausdrucks mit Vorder- und Rückseite im DIN A3-Format zu ermöglichen, damit jedes Lernmodul als „Lernheft“ mit Lochung für die Schülerinnen und Schüler erstellt und mit Heftstreifen oder in Ordnern abgeheftet werden kann.




Lernmodul Mathematik
Der Satz des Pythagoras
Baustein 1: Entdecken und erkunden
Name:
Datum:



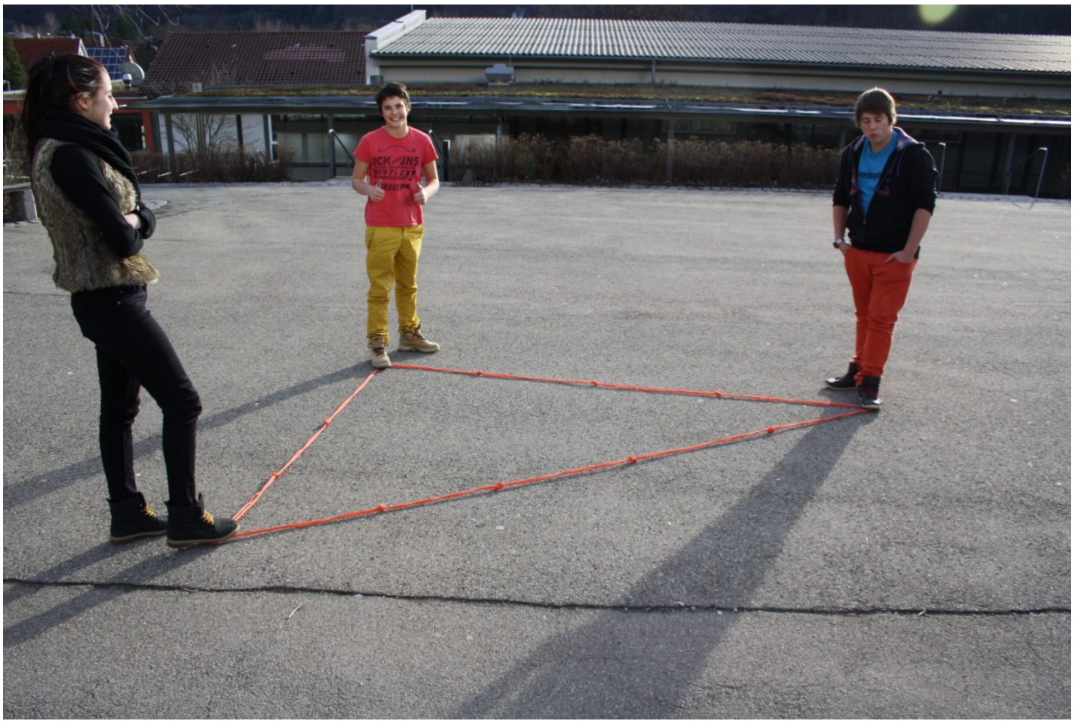


Abb. 1

Name: Datum:

Der Satz des Pythagoras
Baustein 1: Entdecken und erkunden

Ich kann den Satz des Pythagoras über Messungen und Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck herleiten.

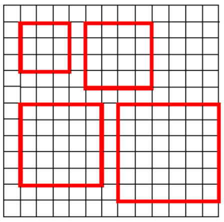
BP 2012 Kompetenz Klasse 9	*Die Schülerinnen und Schüler können den Satz des Pythagoras […] bei Konstruktionen, Berechnungen und Beweisen anwenden.*		
Vorkenntnisse	- *Unterschiedliche Dreiecksarten kennen und benennen* - *Winkelgrößen bestimmen* - *Quadratzahlen und Quadratwurzeln berechnen*		
Erledigt am		**Zeitumfang**	etwa 3 Stunden

Lernmodul Mathematik

Lernweg – Entdecken und erkunden

Material
- *Karopapier*
- *Flipchartpapier*
- *Lineal*
- *Schere*

Tipp zu Aufgabe 1

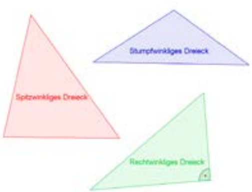


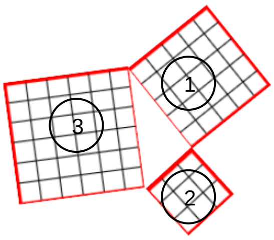
Aufgabe 1

Stelle aus kariertem Papier Quadrate mit den Seitenlängen 3, 4, 5, ..., 15 und 25 Kästchen her.

Tipp zu Aufgabe 2

Dreiecksarten





Aufgabe 2

Lege drei der Quadrate aus Aufgabe 1 so aneinander, dass sich die Ecken berühren und ein Dreieck einschließen.

a) Mit welchen Quadraten entsteht ein spitzwinkliges Dreieck, mit welchen ein stumpfwinkliges Dreieck?

b) Mit welchen Quadraten entsteht ein rechtwinkliges Dreieck?

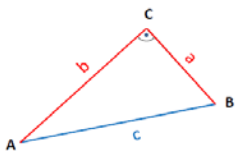
Notiere verschiedene Möglichkeiten.

Anzahl der Kästchen im Quadrat 1	Anzahl der Kästchen im Quadrat 2	Anzahl der Kästchen im großen Quadrat 3	Art des Dreiecks

Material
- *Taschenrechner*
- *Geodreieck*

Tipp zu Aufgabe 3

Seitenbezeichnungen in rechtwinkligen Dreiecken



Aufgabe 3

Zeichne mindestens 3 unterschiedlich große rechtwinklige Dreiecke und beschrifte sie. Überprüfe rechnerisch die Behauptung:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Pythagoras[1]

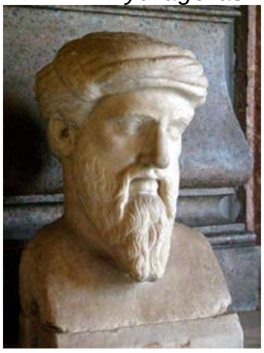


Abb. 2

GRUNDWISSEN

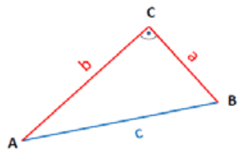
Der griechische Philosoph und Mathematiker Pythagoras formulierte aus dieser Erkenntnis für das **rechtwinklige Dreieck** den berühmten **Satz des Pythagoras**:

$$\mathbf{a^2 + b^2 = c^2}$$

Die Anhänger von Pythagoras suchten nach positiven ganzen Zahlen, die diese Gleichung erfüllen. Diese Zahlen nennt man **pythagoreische Zahlen** oder **pythagoreische Zahlentripel**.

Das kleinste Tripel sind die Zahlen 3, 4 und 5, denn $3^2 + 4^2 = 5^2$.

Aufgabe 4



Trage deine Zahlentripel aus Aufgabe 2 b) in eine Tabelle ein und ergänze die Tabelle mit weiteren Tripeln. Überprüfe mit einer Rechnung.

a	b	c	a^2	b^2	c^2	$a^2 + b^2$
3	4	5	9	16	25	25

Aufgabe 5

Das Wissen über die Zahlentripel nutzten die alten Babylonier, um mit Hilfe eines Knotenseils rechte Winkel zu legen.

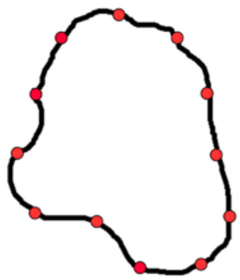
- Stellt ein Knotenseil aus 12 gleich langen Abschnitten her.
- [2]Spannt das Seil so auf, dass ihr ein rechtwinkliges Dreieck erhaltet. Jede Ecke muss dabei auf einen Knoten treffen.
- Überprüft mit einem Tafelgeodreieck den rechten Winkel.
- Versucht es auch mit einem 18-Knoten-Seil, einem 20-Knoten-Seil, einem 24-Knoten-Seil. Was stellt ihr fest?

Abb. 3

Abb. 4

Material

- *Lange Seile oder Taue aus der Sporthalle*
- *Tafelgeodreieck*



---

[1] http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Kapitolinischer_Pythagoras_adjusted.jpg

- Fotograf oder Zeichner: Galilea
- Copyright Status: de:GNU Freie Dokumentationslizenz

Tipp zur Zusatzaufgabe

Taschenrechner

√

x^2

ZUSATZAUFGABE

Es gibt übrigens unendlich viele Tripel. Die Zahlen werden immer größer.

Ergänze die fehlenden Zahlen für diese pythagoreischen Tripel.

a	b	c	a^2	b^2	c^2	$a^2 + b^2$
7	24	25		576		625
9	40	41			1681	
10	24		100		676	676
11		61	121	3600	3721	3721
	35		144		1369	1369
13		85	169	7056	7225	
	48	50	196	2304		2500
15	112	113		12544		
15		39	225	1296	1521	1521
16		34	256	900	1156	1156
18	24	30	324			
20	48	52		2304		2704
21	28	35	441	784	1225	
24		74	576	4900	5476	5476
				1024	1600	
25		65				4225

Rückblick

Aufgabe aus dem Lern-modul	**Das habe ich mit dieser Aufgabe gelernt:**	Bearbeitet am:	Kontrolliert am:	Das kann ich gut!	Hier habe ich noch Fragen.	Das hat noch nicht richtig geklappt.
	Lernweg – Entdecken und Erkunden					
1	Ich kann Quadrate zeichnen und herstellen.					
2	Ich kann spitzwinklige, stumpfwinklige und rechtwinklige Dreiecke unterscheiden.					
3	Ich kann rechtwinklige Dreiecke zeichnen, die Seitenlängen messen und rechnerisch mit dem Satz des Pythagoras beweisen, dass es sich um rechtwinklige Dreiecke handelt. **Argumentieren**					
4	Ich kenne pythagoreische Zahlentripel und kann rechnerisch beweisen, dass es sich um richtige Tripel handelt. **Argumentieren**					
5	Ich kann mit Hilfe eines Knotenseils einen rechten Winkel legen.					
Zusatz-aufgabe	Ich kann fehlende Zahlen für pythagoreische Tripel durch Quadrieren, Wurzelziehen und Umformungen bestimmen.					

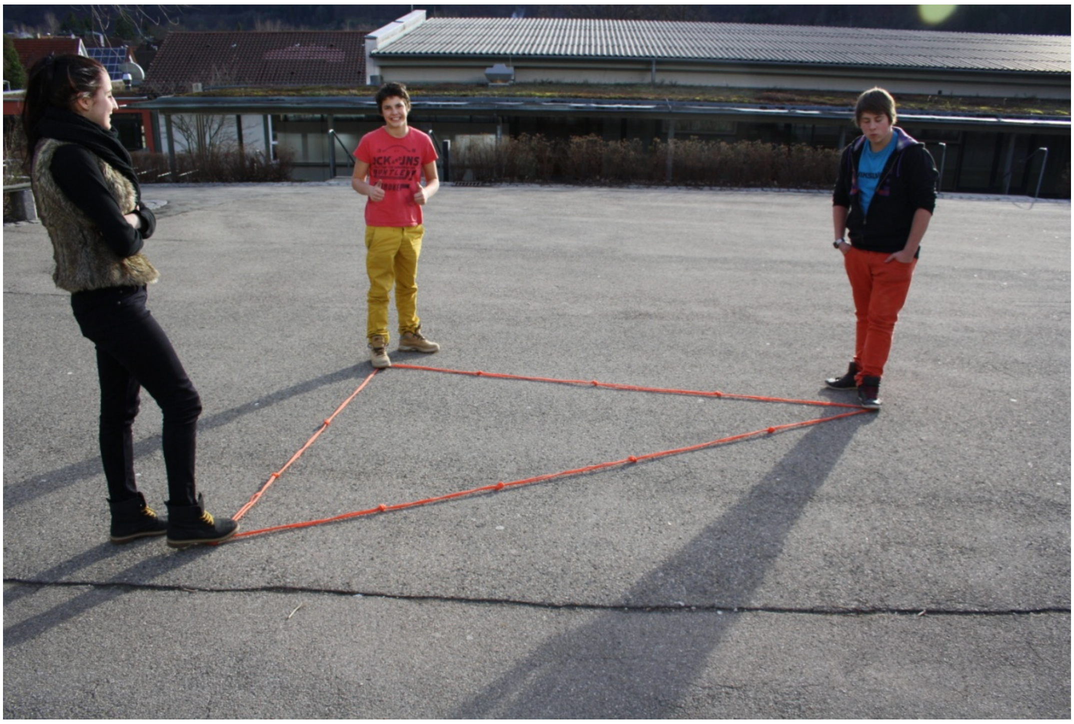


Abb. 1

Name: Datum:

Lernmodul Mathematik

Der Satz des Pythagoras
Baustein 1: Entdecken und erkunden
Lösungen

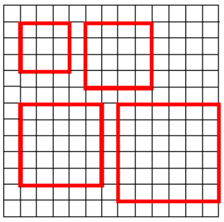
Ich kann den Satz des Pythagoras über Messungen und Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck herleiten.

BP 2012 Kompetenz Klasse 9	*Die Schülerinnen und Schüler können den Satz des Pythagoras [...] bei Konstruktionen, Berechnungen und Beweisen anwenden.*		
Vorkenntnisse	- *Unterschiedliche Dreiecksarten kennen und benennen* - *Winkelgrößen bestimmen* - *Quadratzahlen und Quadratwurzeln berechnen*		
Erledigt am		**Zeitumfang**	etwa 3 Stunden

Lernweg – Entdecken und erkunden

Material
- *Karopapier*
- *Flipchartpapier*
- *Lineal*
- *Schere*

Tipp zu Aufgabe 1

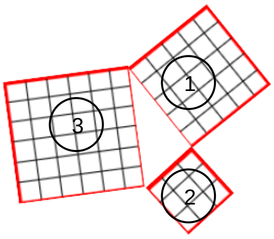


Aufgabe 1

Stelle aus kariertem Papier Quadrate mit den Seitenlängen 3, 4, 5, ..., 15 und 25 Kästchen her.

Tipp zu Aufgabe 2

Dreiecksarten



Aufgabe 2

Lege drei der Quadrate aus Aufgabe 1 so aneinander, dass sich die Ecken berühren und ein Dreieck einschließen.

a) Mit welchen Quadraten entsteht ein spitzwinkliges Dreieck, mit welchen ein stumpfwinkliges Dreieck?

b) Mit welchen Quadraten entsteht ein rechtwinkliges Dreieck?

Möglichkeiten

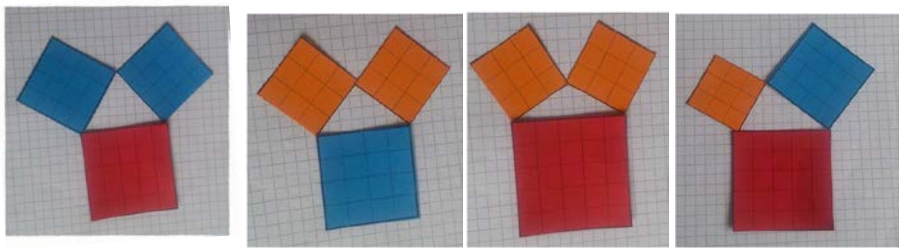


Abb. 1

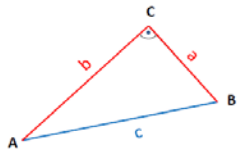
Notiere verschiedene Möglichkeiten.

Anzahl der Kästchen im Quadrat 1	Anzahl der Kästchen im Quadrat 2	Anzahl der Kästchen im großen Quadrat 3	Art des Dreiecks
16	*16*	*25*	*spitzwinklig*
9	*9*	*16*	*spitzwinklig*
9	*9*	*25*	*stumpfwinklig*
9	*16*	*25*	*rechtwinklig*
49	*144*	*225*	*stumpfwinklig*
49	*64*	*196*	*stumpfwinklig*
36	*64*	*100*	*rechtwinklig*
25	*144*	*169*	*rechtwinklig*

Material
- *Taschenrechner*
- *Geodreieck*

Tipp zu Aufgabe 3

Seitenbezeichnungen in rechtwinkligen Dreiecken



Aufgabe 3

Zeichne mindestens 3 unterschiedlich große rechtwinklige Dreiecke und beschrifte sie. Überprüfe rechnerisch die Behauptung: $\mathbf{a^2 + b^2 = c^2}$

$a^2 + b^2 = c^2$

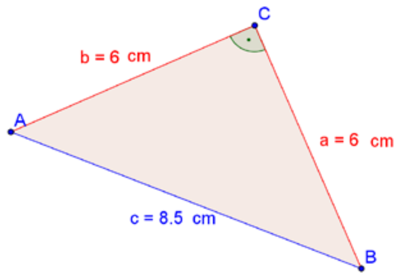
$(6 cm)^2 + (6 cm)^2 = c^2$

$36 cm^2 + 36 cm^2 = c^2$

$72 cm^2 = c^2$

$\sqrt{72 cm^2} = c$

8,5 cm = c stimmt ✓



$a^2 + b^2 = c^2$

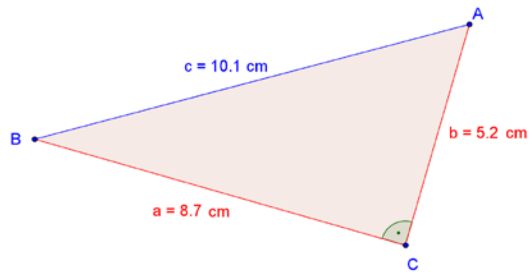
$(8{,}7 cm)^2 + (5{,}2 cm)^2 = c^2$

$75{,}7 cm^2 + 27 cm^2 = c^2$

$102 cm^2 = c^2$

$\sqrt{102 cm^2} = c$

10,1 cm = c stimmt ✓



$a^2 + c^2 = b^2$

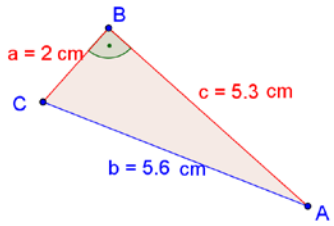
$(2 cm)^2 + (5{,}3 cm)^2 = b^2$

$4 cm^2 + 28 cm^2 = b^2$

$32 cm^2 = b^2$

$\sqrt{32 cm^2} = b$

5,6 cm = b stimmt ✓



GRUNDWISSEN

Der griechische Philosoph und Mathematiker Pythagoras formulierte aus dieser Erkenntnis für das **rechtwinklige Dreieck** den berühmten **Satz des Pythagoras**:

$$\mathbf{a^2 + b^2 = c^2}$$

Die Anhänger von Pythagoras suchten nach positiven ganzen Zahlen, die diese Gleichung erfüllen. Diese Zahlen nennt man **pythagoreische Zahlen** oder **pythagoreische Zahlentripel**.

Das kleinste Tripel sind die Zahlen 3, 4 und 5, denn $3^2 + 4^2 = 5^2$.

Pythagoras[1]

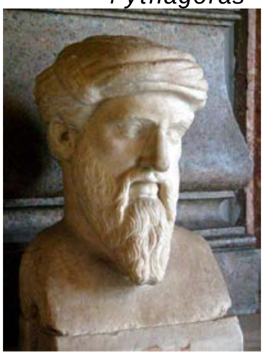
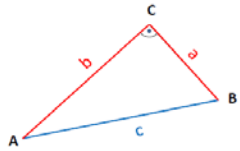


Abb. 2

[1] http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Kapitolinischer_Pythagoras_adjusted.jpg
- Fotograf oder Zeichner: Galilea
- Copyright Status: de:GNU Freie Dokumentationslizenz

Aufgabe 4



Trage deine Zahlentripel aus Aufgabe 2 b) in eine Tabelle ein und ergänze die Tabelle mit weiteren Tripeln. Überprüfe mit einer Rechnung.

a	b	c	a^2	b^2	c^2	$a^2 + b^2$
3	4	5	9	16	25	25
4	*4*	*5*	*16*	*16*	*25*	*32*
3	*3*	*5*	*9*	*9*	*25*	*18*
3	*3*	*4*	*9*	*9*	*16*	*18*
6	*8*	*10*	*36*	*64*	*100*	*100*
7	*12*	*15*	*49*	*144*	*225*	*193*
7	*8*	*14*	*49*	*64*	*196*	*113*
5	*12*	*13*	*25*	*144*	*169*	*169*

Aufgabe 5

Material
- *Lange Seile oder Taue aus der Sporthalle*
- *Tafelgeodreieck*

Abb. 4

Das Wissen über die Zahlentripel nutzten die alten Babylonier, um mit Hilfe eines Knotenseils rechte Winkel zu legen.

- Stellt ein Knotenseil aus 12 gleich langen Abschnitten her.

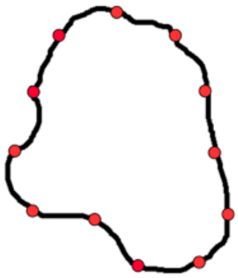


Abb. 3

- Spannt das Seil so auf, dass ihr ein rechtwinkliges Dreieck erhaltet. Jede Ecke muss dabei auf einen Knoten treffen.
- Überprüft mit einem Tafelgeodreieck den rechten Winkel.
- Versucht es auch mit einem 18-Knoten-Seil, einem 20-Knoten-Seil, einem 24-Knoten-Seil. Was stellt ihr fest?

Mit einem 18-Knoten-Seil und einem 20 Knoten-Seil lässt sich kein rechter Winkel aufspannen. Bei einem 24-Knoten-Seil kann man einen rechten Winkel aufspannen. Die längste Seite des Dreiecks (Hypotenuse) hat 10 Abstände, die beiden kurzen Seiten (Katheten) haben 6 beziehungsweise 8 Abstände.

Tipp zur Zusatzaufgabe

Taschenrechner

$\sqrt{}$

x^2

ZUSATZAUFGABE

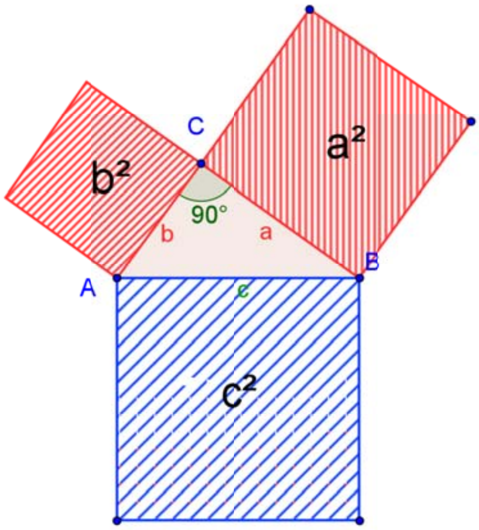
Es gibt übrigens unendlich viele Tripel. Die Zahlen werden immer größer.

Ergänze die fehlenden Zahlen für diese pythagoreischen Tripel.

a	b	c	a^2	b^2	c^2	$a^2 + b^2$
7	24	25	49	576	625	625
9	40	41	81	1600	1681	1681
10	24	26	100	576	676	676
11	60	61	121	3600	3721	3721
12	35	37	144	1225	1369	1369
13	84	85	169	7056	7225	7225
14	48	50	196	2304	2500	2500
15	112	113	225	12544	12769	12769
15	36	39	225	1296	1521	1521
16	30	34	256	900	1156	1156
18	24	30	324	576	900	900
20	48	52	400	2304	2704	2704
21	28	35	441	784	1225	1225
24	70	74	576	4900	5476	5476
24	32	40	576	1024	1600	1600
25	60	65	625	3600	4225	4225

Rückblick

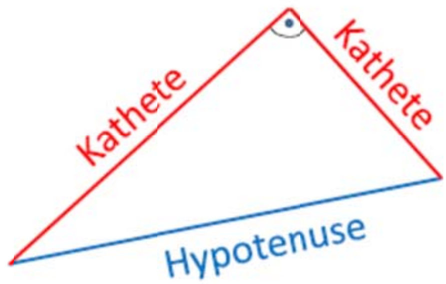
Aufgabe aus dem Lern-modul	**Das habe ich mit dieser Aufgabe gelernt:**	Bearbeitet am:	Kontrolliert am:	Das kann ich gut!	Hier habe ich noch Fragen.	Das hat noch nicht richtig geklappt.
	Lernweg – Entdecken und Erkunden					
1	Ich kann Quadrate zeichnen und herstellen.					
2	Ich kann spitzwinklige, stumpfwinklige und rechtwinklige Dreiecke unterscheiden.					
3	Ich kann rechtwinklige Dreiecke zeichnen, die Seitenlängen messen und rechnerisch mit dem Satz des Pythagoras beweisen, dass es sich um rechtwinklige Dreiecke handelt. **Argumentieren**					
4	Ich kenne pythagoreische Zahlentripel und kann rechnerisch beweisen, dass es sich um richtige Tripel handelt. **Argumentieren**					
5	Ich kann mit Hilfe eines Knotenseils einen rechten Winkel legen.					
Zusatz-aufgabe	Ich kann fehlende Zahlen für pythagoreische Tripel durch Quadrieren, Wurzelziehen und Umformungen bestimmen.					



Satz des Pythagoras

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Beschriftung eines rechtwinkligen Dreiecks



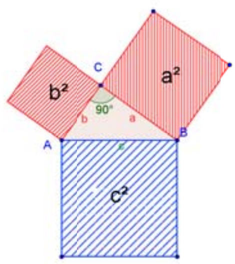
Name: Datum:

Lernmodul Mathematik

Der Satz des Pythagoras
Baustein 2: Vertiefen und beweisen

Ich kann mit Hilfe des Satzes von Pythagoras überprüfen, ob Dreiecke rechtwinklig sind.

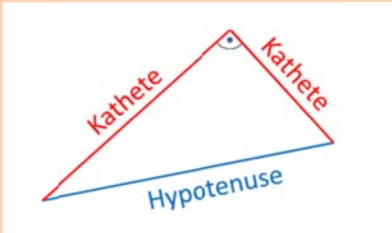
BP 2012 Kompetenz Klasse 9	*Die Schülerinnen und Schüler können den Satz des Pythagoras [...] bei Konstruktionen, Berechnungen und Beweisen anwenden.*		
Vorwissen	- *Dreiecke mit Zirkel und Geodreieck konstruieren* - *Winkel messen* - *Fläche eines Quadrats berechnen*		
Erledigt am		**Zeitumfang**	etwa 2 Stunden



$c^2 = a^2 + b^2$

GRUNDWISSEN

In einem rechtwinkligen Dreieck wird die Seite, die dem rechten Winkel gegenüber liegt, **Hypotenuse** genannt. Sie ist immer die längste Seite im rechtwinkligen Dreieck.
Die beiden Seiten des Dreiecks, die den rechten Winkel einschließen, heißen **Katheten**.

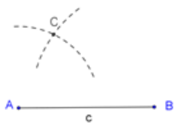


In der Mathematik wird der Satz des Pythagoras auch so beschrieben:

Im rechtwinkligen Dreieck ist der Flächeninhalt des Quadrats über der Hypotenuse gleich der Summe der Quadrate über den beiden Katheten.

Tipp 1 zu Aufgabe 1

1. *Skizziere eine Hilfsfigur.*
2. *Beschrifte sie mit korrekten Buchstaben.*
3. *Konstruiere mit Zirkel und Geodreieck.*



Lernweg – Vertiefen und beweisen

Tipp 2 zu Aufgabe 1
1. *Trage zunächst die längste Seite ab. Beschrifte die Endpunkte.*
2. *Trage mit dem Zirkel von den Endpunkten aus die beiden anderen Seiten ab. Der Schnittpunkt der beiden Kreisausschnitte ist der dritte Eckpunkt des Dreiecks.*
3. *Verbinde die drei Eckpunkte zu einem Dreieck.*

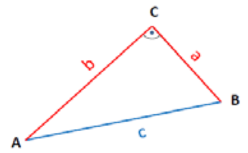
Aufgabe 1

a) Konstruiere die folgenden Dreiecke und beschrifte sie.
b) Welche Dreiecke sind rechtwinklig? Überprüfe durch Messen.
c) Markiere in den rechtwinkligen Dreiecken den rechten Winkel, die Hypotenuse in blau, die Katheten in rot.

a)	*a = 3 cm*	*b = 5 cm*	*c = 5 cm*
b)	*a = 4,5 cm*	*b = 2,4 cm*	*c = 5,1 cm*
c)	*m = 4 cm*	*n = 6 cm*	*o = 8 cm*
d)	*e = 3 cm*	*f = 4,5 cm*	*g = 5,4 cm*
e)	*a = 6 cm*	*b = 4,8 cm*	*c = 3,6 cm*
f)	*a = 2,5 cm*	*b = 4,5 cm*	*c = 7 cm*

Aufgabe 2

Tipp zu Aufgabe 2



Zeichne zwei verschiedene rechtwinklige Dreiecke.

- Markiere den rechten Winkel und beschrifte die Seiten mit den Begriffen aus GRUNDWISSEN.
- Berechne den Flächeninhalt der Quadrate über den Seitenlängen.
- Überprüfe nun rechnerisch den Satz des Pythagoras.

Aufgabe 3

Wähle aus Aufgabe 1 ein rechtwinkliges Dreieck aus. Miss die Länge der Seiten. Stelle den Satz des Pythagoras auf und überprüfe rechnerisch, ob deine Behauptung, das Dreieck sei rechtwinklig, stimmt.

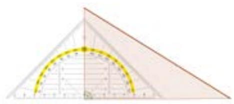
Aufgabe 4

a) Welches Dreieck ist rechtwinklig? Beschrifte die Dreiecke. Überprüfe für zwei Dreiecke deine Vermutung mit dem Satz des Pythagoras. Entnimm die erforderlichen Maße (in mm) aus der Zeichnung. Entscheide bei kleinen Ungenauigkeiten selbst, ob du das Dreieck als rechtwinklig kennzeichnest. Begründe deine Entscheidung.

b) Welches Dreieck ist nicht rechtwinklig? Beweise für ein Dreieck mit dem Satz des Pythagoras.

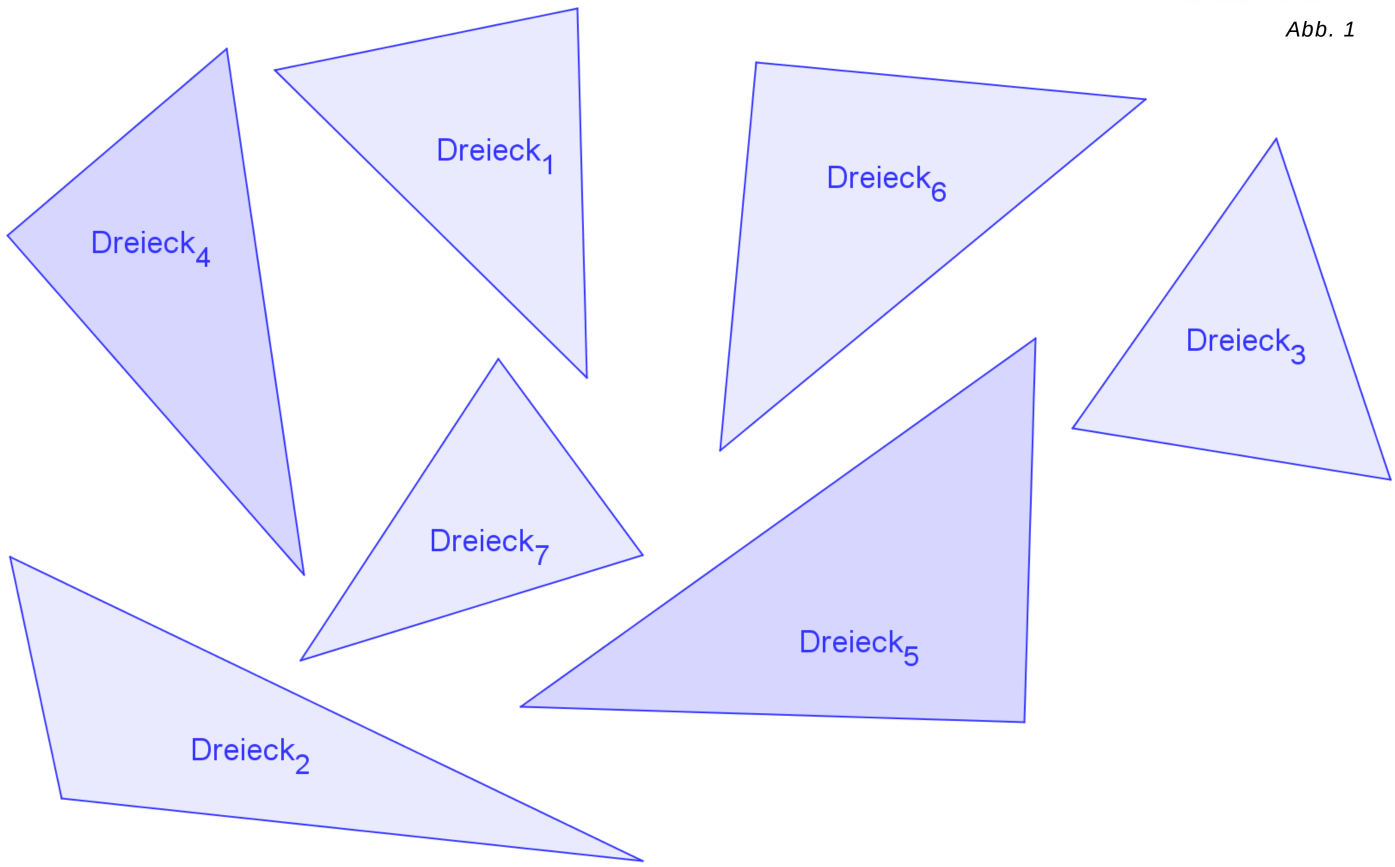
Tipp zu Aufgabe 4

rechtwinkliges Dreieck



stumpfwinkliges Dreieck

Abb. 1



1. ZUSATZAUFGABE

Im Mathematikum in Gießen gibt es zum Satz des Pythagoras verschiedene Modelle.
Alle Modelle haben im Zentrum ein rechtwinkliges Dreieck. Die an die Seiten des Dreiecks angelegten Figuren sind zueinander ähnlich.


Abb. 2


Abb. 3


Abb. 4

Die Berechnung der Flächen über den Katheten und der Hypotenuse ist für diese Figuren schwierig.

Der Beweis, dass der Satz des Pythagoras für das Hasen- und das Sternemodell gilt, kann im Mathematikum mit Hilfe der Waage geführt werden.

Beschreibe, wie der Beweis mit der Waage funktioniert.

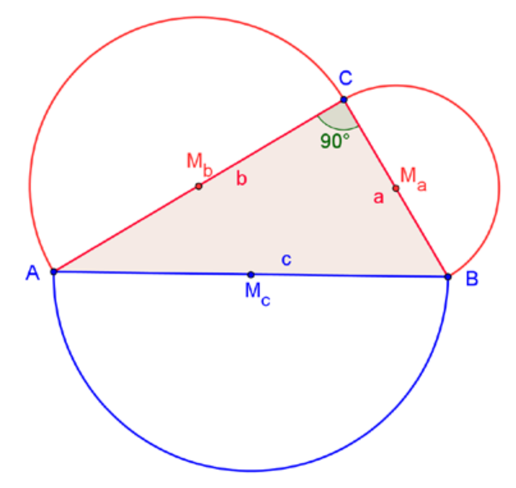

Abb. 2

Tipp zur Zusatzaufgabe 1

Informationen und Hilfen, was unter „Ähnlichkeit“ zu verstehen ist, finden sich im Lernmodul „Ähnlichkeit und Strahlensätze“

2. ZUSATZAUFGABE

Der Satz des Pythagoras gilt auch für Halbkreise über dem Hypotenusenquadrat und den Kathetenquadraten.



a)

Überprüfe zuerst, ob die Behauptung gilt, wenn

c = 5 cm, b = 4 cm und a = 3 cm.

b)

Zeichne ein rechtwinkliges Dreieck, miss die Länge der Seiten, rechne. Gilt die Behauptung auch für dieses rechtwinklige Dreieck?

c)

Erstelle einen allgemeinen Beweis mit Hilfe von Gleichungen und Äquivalenzumformungen.

3. Zusatzaufgabe sehr anspruchsvoll

Bei Wikipedia findest du die Aufgabe „**Möndchen des Hippokrates**".
http://de.wikipedia.org/wiki/M%C3%B6ndchen_des_Hippokrates

- Was hat diese Aufgabe mit dem Satz des Pythagoras zu tun?
- Kannst du den Beweis mit eigenen Worten erklären?

Tipps zur Zusatzaufgabe 2

1. *Flächeninhalte für Halbkreise bestimmen*

$A_{Kreis} = r^2 \bullet \pi$

$A_{Halbkreis} = \frac{1}{2}\, r^2 \bullet \pi$

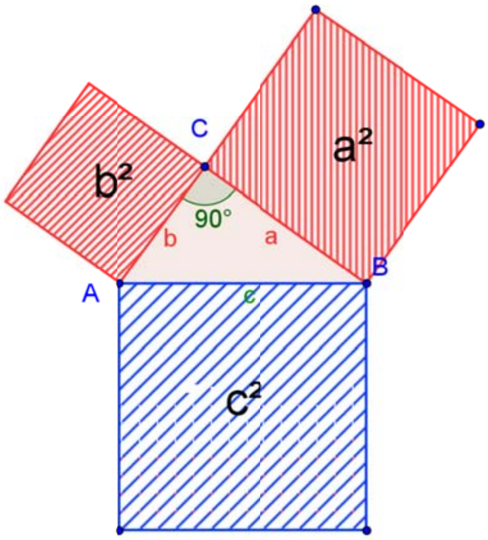
2. *Radius der Halbkreise mit Hilfe der Variablen für die Seiten des rechtwinkligen Dreiecks ausdrücken*

Rückblick

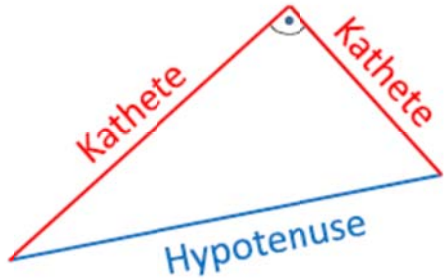
Aufgabe aus dem Lern-modul	Das habe ich mit dieser Aufgabe gelernt:	Bearbeitet am:	Kontrolliert am:	Das kann ich gut!	Hier habe ich noch Fragen.	Das hat noch nicht richtig geklappt.
	Lernweg – Vertiefen und Beweisen					
1	Ich kann Dreiecke konstruieren, mit dem Geodreieck auf Rechtwinkligkeit überprüfen und rechtwinklige Dreiecke mit den Begriffen Kathete und Hypotenuse korrekt beschriften.					
2, 3	Ich kann rechtwinklige Dreiecke korrekt beschriften und mit dem Satz des Pythagoras überprüfen, ob sie rechtwinklig sind.					
4	Ich kann Maße für Dreiecke aus einer Zeichnung entnehmen und mit dem Satz des Pythagoras rechnerisch beweisen, welches Dreieck rechtwinklig ist.					
Zusatz-aufgabe 1	Ich kann mit Hilfe einer Waage die Gültigkeit des Satzes von Pythagoras für verschiedene Figuren erklären.					
Zusatz-aufgabe 2	Ich kann mit Hilfe von Gleichungen und Äquivalenzumformungen beweisen, dass der Satz des Pythagoras bei rechtwinkligen Dreiecken auch für Halbkreise gilt.					
Zusatz-aufgabe 3	Ich kann mein Wissen zum Satz des Pythagoras, zu Variablen und Gleichungen zur Lösung einer sehr anspruchsvollen Aufgabe einsetzen.					

Satz des Pythagoras

$$a^2 + b^2 = c^2$$



Beschriftung eines rechtwinkligen Dreiecks



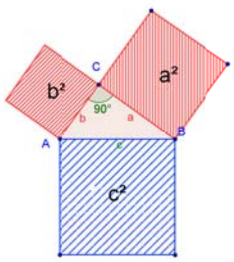
Name: Datum:

Der Satz des Pythagoras
Baustein 2: Vertiefen und beweisen
Lösungen

Ich kann mit Hilfe des Satzes von Pythagoras überprüfen, ob Dreiecke rechtwinklig sind.

BP 2012 Kompetenz Klasse 9	*Die Schülerinnen und Schüler können den Satz des Pythagoras […] bei Konstruktionen, Berechnungen und Beweisen anwenden.*		
Vorwissen	- *Dreiecke mit Zirkel und Geodreieck konstruieren* - *Winkel messen* - *Fläche eines Quadrats berechnen*		
Erledigt am		**Zeitumfang**	etwa 2 Stunden

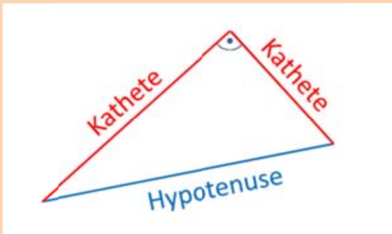
Lernmodul Mathematik



$c^2 = a^2 + b^2$

GRUNDWISSEN

In einem rechtwinkligen Dreieck wird die Seite, die dem rechten Winkel gegenüber liegt, **Hypotenuse** genannt. Sie ist immer die längste Seite im rechtwinkligen Dreieck.
Die beiden Seiten des Dreiecks, die den rechten Winkel einschließen, heißen **Katheten**.

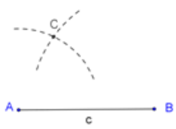


In der Mathematik wird der Satz des Pythagoras auch so beschrieben:

Im rechtwinkligen Dreieck ist der Flächeninhalt des Quadrats über der Hypotenuse gleich der Summe der Quadrate über den beiden Katheten.

Tipp 1 zu Aufgabe 1

1. *Skizziere eine Hilfsfigur.*
2. *Beschrifte sie mit korrekten Buchstaben.*
3. *Konstruiere mit Zirkel und Geodreieck.*



Tipp 2 zu Aufgabe 1

1. *Trage zunächst die längste Seite ab. Beschrifte die Endpunkte.*
2. *Trage mit dem Zirkel von den Endpunkten aus die beiden anderen Seiten ab. Der Schnittpunkt der beiden Kreisausschnitte ist der dritte Eckpunkt des Dreiecks.*
3. *Verbinde die drei Eckpunkte zu einem Dreieck.*

Lernweg – Vertiefen und beweisen

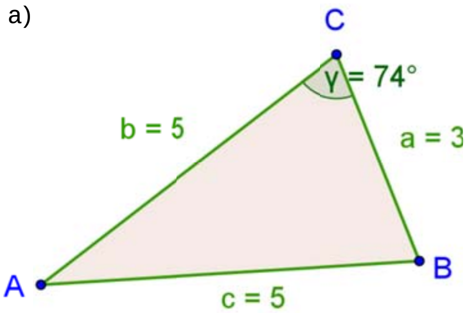
Aufgabe 1

a) Konstruiere die folgenden Dreiecke und beschrifte sie.
b) Welche Dreiecke sind rechtwinklig? Überprüfe durch Messen.
c) Markiere in den rechtwinkligen Dreiecken den rechten Winkel, die Hypotenuse in blau, die Katheten in rot.

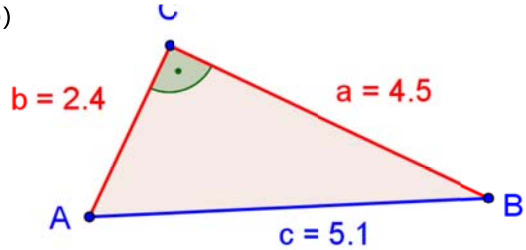
a)	*a = 3 cm*	*b = 5 cm*	*c = 5 cm*
b)	*a = 4,5 cm*	*b = 2,4 cm*	*c = 5,1 cm*
c)	*m = 4 cm*	*n = 6 cm*	*o = 8 cm*
d)	*e = 3 cm*	*f = 4,5 cm*	*g = 5,4 cm*
e)	*a = 6 cm*	*b = 4,8 cm*	*c = 3,6 cm*
f)	*a = 2,5 cm*	*b = 4,5 cm*	*c = 7 cm*

Alle Zahlenangaben sind als cm-Angaben zu verstehen.

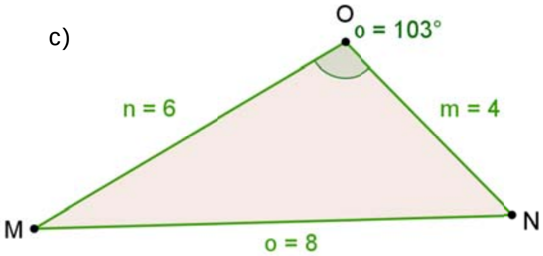
a)



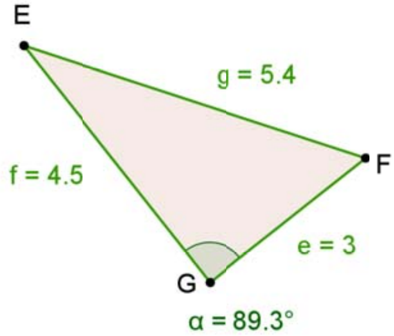
b)



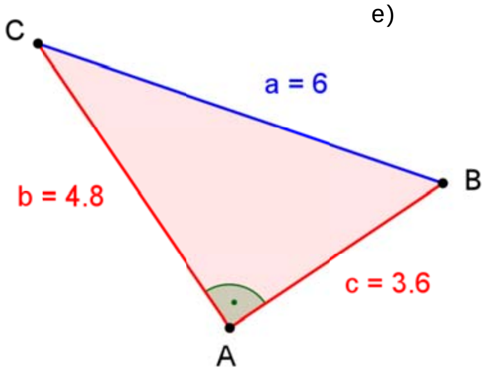
c)



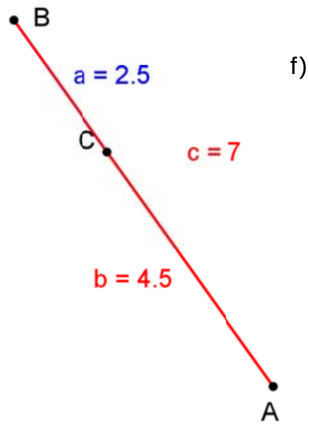
d)



e)



f)



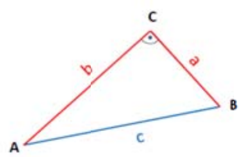
Mit diesen Maßen lässt sich kein Dreieck konstruieren, denn die längste Seite im Dreieck ist genau so lang wie die Summe der beiden anderen Dreiecksseiten.

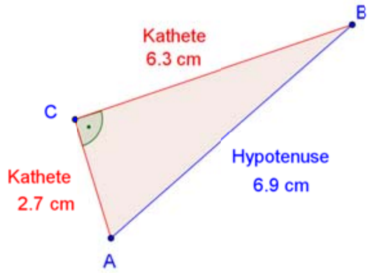
Aufgabe 2

Tipp zu Aufgabe 2

Zeichne zwei verschiedene rechtwinklige Dreiecke.

- Markiere den rechten Winkel und beschrifte die Seiten mit den Begriffen aus GRUNDWISSEN.
- Berechne den Flächeninhalt der Quadrate über den Seitenlängen.
- Überprüfe nun rechnerisch den Satz des Pythagoras.





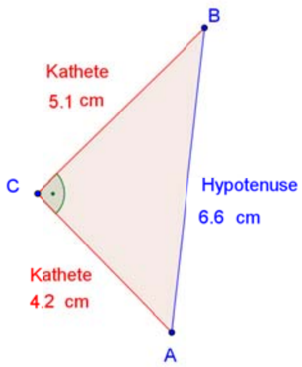
$c^2 = a^2 + b^2$

$(6{,}9\ cm)^2 = (6{,}3\ cm)^2 + (2{,}7\ cm)^2$

$47{,}61\ cm^2 = 39{,}69\ cm^2 + 7{,}29\ cm^2$

$47{,}61\ cm^2\ (=)\ 46{,}98\ cm^2$

Zeichenungenauigkeit oder Messungenauigkeit



$c^2 = a^2 + b^2$

$(6{,}6\ cm)^2 = (5{,}1\ cm)^2 + (4{,}2cm)^2$

$43{,}56\ cm^2 = 26{,}01\ cm^2 + 17{,}64\ cm^2$

$43{,}56\ cm^2\ (=)\ 43{,}65\ cm^2$

Zeichenungenauigkeit oder Messungenauigkeit

Aufgabe 3

Wähle aus Aufgabe 1 ein rechtwinkliges Dreieck aus. Miss die Länge der Seiten. Stelle für den Satz des Pythagoras auf und überprüfe rechnerisch, ob deine Behauptung, das Dreieck sei rechtwinklig, stimmt.

Dreieck a)
$c^2 = a^2 + b^2$
$25\ cm^2 = 9\ cm^2 + 25\ cm^2$
$25\ cm^2 \neq 34\ cm^2$
Dreieck a ist nicht rechtwinklig, denn der Satz des Pythagoras geht nicht auf.

Dreieck e)
$a^2 = b^2 + c^2$
$36\ cm^2 = 23{,}04\ cm^2 + 12{,}96\ cm^2$
$36\ cm^2 = 36\ cm^2$
Dreieck e ist rechtwinklig, denn der Satz des Pythagoras geht auf.

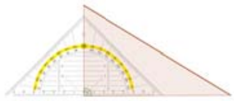
Aufgabe 4

a) Welches Dreieck ist rechtwinklig? Beschrifte die Dreiecke. Überprüfe für zwei Dreiecke deine Vermutung mit dem Satz des Pythagoras. Entnimm die erforderlichen Maße (in mm) aus der Zeichnung. Entscheide bei kleinen Ungenauigkeiten selbst, ob du das Dreieck als rechtwinklig kennzeichnest. Begründe deine Entscheidung.

Dreieck 4, 5 und 6 sind rechtwinklig.

Tipp zu Aufgabe 4

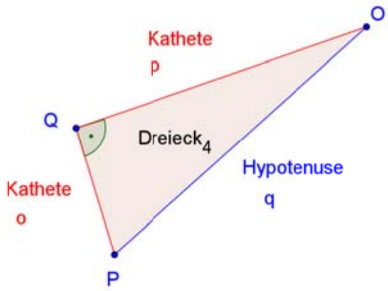
rechtwinkliges Dreieck



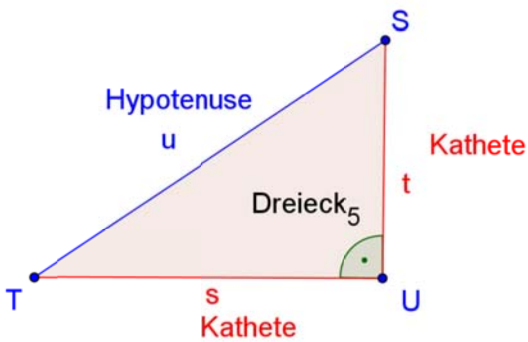
stumpfwinkliges Dreieck

Abb. 1

Dreieck 4
Der rechte Winkel liegt bei Q.



$q^2 = p^2 + o^2$
$(7{,}1\ cm)^2 = (3{,}85\ cm)^2 + (6\ cm)^2$
$50{,}41\ cm^2 = 14{,}82\ cm^2 + 36\ cm^2$
$50{,}41\ cm^2 \approx 50{,}82\ cm^2$
$0{,}4\ cm^2$ sind eine geringe Abweichung.



Dreieck 5
$u^2 = s^2 + t^2$
$(8{,}45\ cm)^2 = (6{,}7\ cm)^2 + (5{,}05\ cm)^2$
$71{,}40\ cm^2 = 44{,}89\ cm^2 + 25{,}50\ cm^2$
$71{,}40\ cm^2$ (=) $70{,}39\ cm^2$
Rein rechnerisch stimmt die Gleichung nicht. 1 cm^2 ist relativ viel. Andererseits sind es nur etwa 1,4 % von der Fläche über dem Hypotenusenquadrat. Das ist eigentlich recht wenig. Am Geodreieck lassen sich halbe mm schlecht ablesen. Vielleicht wurde beim Kopieren des Arbeitsblattes die Länge der Seiten etwas vergrößert oder verkleinert, so dass es zu weiteren Ungenauigkeiten kam.

b) Welches Dreieck ist nicht rechtwinklig? Beweise für ein Dreieck mit dem Satz des Pythagoras.

Beweis für Dreieck 2
$c^2 = a^2 + b^2$
$(9{,}4\ cm)^2 = (7{,}8\ cm)^2 + (3{,}3\ cm)^2$
$88{,}36\ cm^2 = 60{,}84\ cm^2 + 10{,}89\ cm^2$
$88{,}36\ cm^2 \neq 71{,}73\ cm^2$ stimmt auf keinen Fall

1. ZUSATZAUFGABE

Im Mathematikum in Gießen gibt es zum Satz des Pythagoras verschiedene Modelle.
Alle Modelle haben im Zentrum ein rechtwinkliges Dreieck.
Die an die Seiten des Dreiecks angelegten Figuren sind zueinander ähnlich.

Abb. 3

Abb. 2

Tipp zur Zusatzaufgabe 1

Informationen und Hilfen, was unter „Ähnlichkeit" zu verstehen ist, finden sich im Lernmodul „Ähnlichkeit und Strahlensätze"

Die Berechnung der Flächen über den Katheten und der Hypotenuse ist für diese Figuren schwierig.

Der Beweis, dass der Satz des Pythagoras für das Hasen- und das Sternemodell gilt, kann im Mathematikum mit Hilfe der Waage geführt werden.

Abb. 4

Beschreibe, wie der Beweis mit der Waage funktioniert.

Der allgemeine Satz des Pythagoras gilt auch für ähnliche Figuren. In der Geometrie sagt man „zwei Figuren sind ähnlich zu einander“, wenn man sie zum Beispiel durch eine zentrische Streckung ineinander überführen kann.
Bei der zentrischen Streckung bleiben Längenverhältnisse bestehen. Die Fläche verändert sich um den Faktor m², das Volumen um den Faktor m³, wobei m der Streckungsfaktor ist. Wenn nun also die Grundseite der ähnlichen Hasen über die Katheten und die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks passen, verändern sich die Angaben im Satz des Pythagoras um den Faktor m, m² oder m³, je nachdem, ob man von der Grundkante der Hasen, der Fläche der Hasen oder vom Volumen der ausgesägten Hasen ausgeht. Vom Volumen ist es nicht mehr weit zum Gewicht, denn das Gewicht eines Hasens wird berechnet aus:
*A_{Figur} * h_{Figur} * spezifisches Gewicht des Materials.*
Legt man die beiden kleineren Figuren auf eine Seite der Waage und die große Figur auf die andere Seite der Waage, stellt man fest, dass die Waage im Gleichgewicht ist. Also gilt hier auch der Satz des Pythagoras.

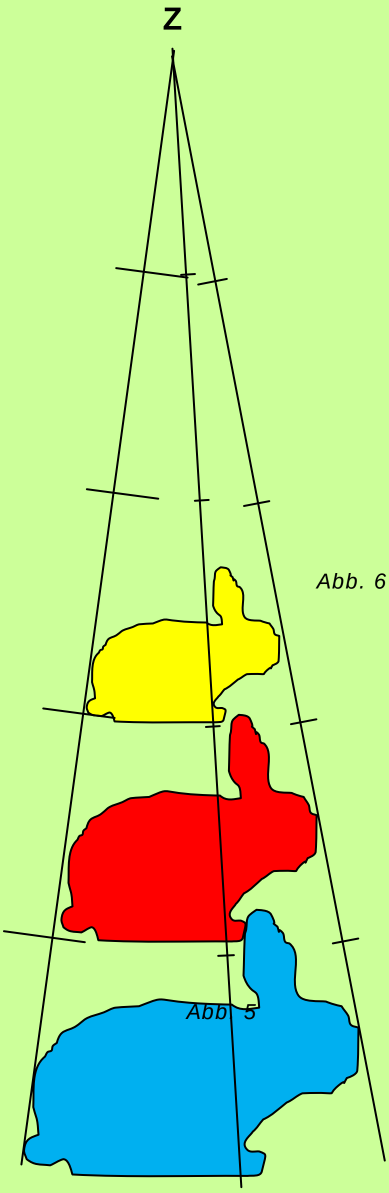


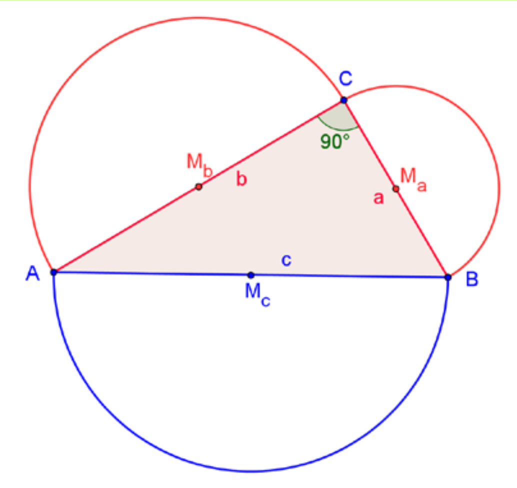
Abb. 6

Abb. 5

2. ZUSATZAUFGABE

Der Satz des Pythagoras gilt auch für Halbkreise über dem Hypotenusenquadrat und den Kathetenquadraten.

<u>Hier nur der</u> Beweis mit Hilfe von Gleichungen und Äquivalenzumformungen.



Zu beweisen:

$A_{\text{Halbkreis über } c} = A_{\text{Halbkreis über } a} + A_{\text{Halbkreis über } b} \rightarrow c^2 = a^2 + b^2$

$$\frac{1}{2}\left(\left(\frac{c}{2}\right)^2 \cdot \pi\right) = \frac{1}{2}\left(\left(\frac{b}{2}\right)^2 \cdot \pi\right) + \frac{1}{2}\left(\left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \pi\right)$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{c^2}{4} \cdot \pi = \frac{1}{2} \cdot \frac{b^2}{4} \cdot \pi + \frac{1}{2} \cdot \frac{c^2}{4} \cdot \pi$$

$$\frac{1}{8} \cdot c^2 \cdot \pi = \frac{1}{8} \cdot a^2 \cdot \pi + \frac{1}{8} \cdot b^2 \cdot \pi$$

$$\frac{1}{8} \cdot \pi \cdot (c^2) = \frac{1}{8} \cdot \pi \cdot (a^2 + b^2) \quad \textit{durch } \frac{1}{8} \cdot \pi \textit{ auf beiden Seiten teilen}$$

$$c^2 \cdot \pi = a^2 \cdot \pi + b^2 \cdot \pi$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \text{ (was zu beweisen war)}$$

3. Zusatzaufgabe sehr anspruchsvoll

Bei Wikipedia findest du die Aufgabe „**Möndchen des Hippokrates**“.
http://de.wikipedia.org/wiki/M%C3%B6ndchen_des_Hippokrates

- Was hat diese Aufgabe mit dem Satz des Pythagoras zu tun?
- Kannst du den Beweis mit eigenen Worten erklären?

Eine genaue Beschreibung des Zusammenhangs mit dem Satz des Pythagoras und ein Beweis für die Möndchen finden sich unter dem oben angeführten Link.

<u>Tipps zur Zusatzaufgabe 2</u>

1. *Flächeninhalte für Halbkreise bestimmen*

$A_{Kreis} = r^2 \bullet \pi$
$A_{Halbkreis} = \frac{1}{2}\, r^2 \bullet \pi$

2. *Radius der Halbkreise mit Hilfe der Variablen für die Seiten des rechtwinkligen Dreiecks ausdrücken*

Rückblick

Aufgabe aus dem Lern-modul	**Das habe ich mit dieser Aufgabe gelernt:**	Bearbeitet am:	Kontrolliert am:	Das kann ich gut!	Hier habe ich noch Fragen.	Das hat noch nicht richtig geklappt.
	Lernweg – Vertiefen und Beweisen					
1	Ich kann Dreiecke konstruieren, mit dem Geodreieck auf Rechtwinkligkeit überprüfen und rechtwinklige Dreiecke mit den Begriffen Kathete und Hypotenuse korrekt beschriften.					
2, 3	Ich kann rechtwinklige Dreiecke korrekt beschriften und mit dem Satz des Pythagoras überprüfen, ob sie rechtwinklig sind.					
4	Ich kann Maße für Dreiecke aus einer Zeichnung entnehmen und mit dem Satz des Pythagoras rechnerisch beweisen, welches Dreieck rechtwinklig ist.					
Zusatz-aufgabe 1	Ich kann mit Hilfe einer Waage die Gültigkeit des Satzes von Pythagoras für verschiedene Figuren erklären.					
Zusatz-aufgabe 2	Ich kann mit Hilfe von Gleichungen und Äquivalenzumformungen beweisen, dass der Satz des Pythagoras bei rechtwinkligen Dreiecken auch für Halbkreise gilt.					
Zusatz-aufgabe 3	Ich kann mein Wissen zum Satz des Pythagoras, zu Variablen und Gleichungen zur Lösung einer sehr anspruchsvollen Aufgabe einsetzen.					

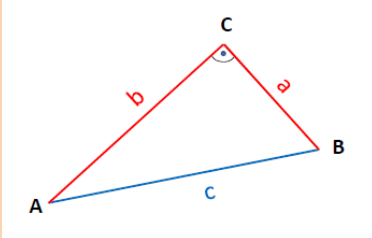
GRUNDWISSEN

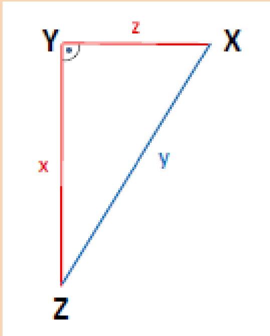
Durch Gleichungsumformung lassen sich mit dem Satz des Pythagoras im rechtwinkligen Dreieck fehlende Seitenlängen berechnen.

$c^2 = a^2 + b^2$

$a^2 = c^2 - b^2$

$b^2 = c^2 - a^2$





$y^2 = x^2 + z^2$

$z^2 = y^2 - x^2$

$x^2 = y^2 - z^2$

Name: Datum:

Lernmodul Mathematik

Der Satz des Pythagoras
Baustein 3: Üben und übertragen

Ich kann unbekannte Seitenlängen in einem rechtwinkligen Dreieck mit Hilfe des Satzes von Pythagoras berechnen.

BP 2012 Kompetenz Klasse 9	*Die Schülerinnen und Schüler können den Satz des Pythagoras [...] bei Konstruktionen, Berechnungen und Beweisen anwenden.*		
Vorwissen	- *Satz den Pythagoras kennen* - *Einfache Gleichungsumformungen durchführen*		
Erledigt am		**Zeitumfang**	etwa 2 Stunden

Lernweg – Üben und übertragen

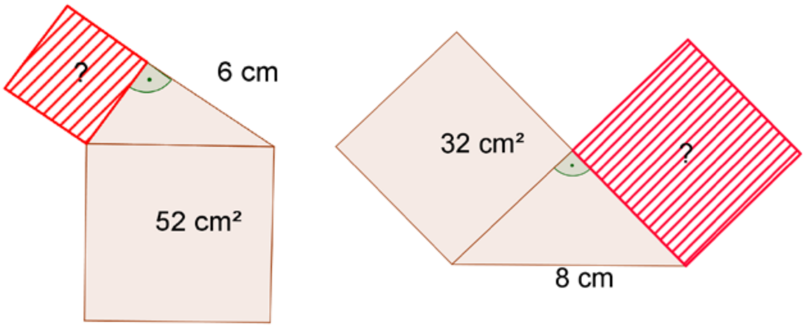
Tipps zu Aufgabe 1

1. *Stelle den Satz des Pythagoras auf.*
2. *Forme die Gleichung vom Satz des Pythagoras um.*
3.

Aufgabe 1

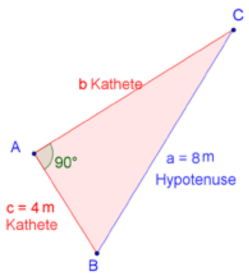
a) Berechne den Flächeninhalt der schraffierten Quadrate.

b) Bestimme die Seitenlänge der Quadrate mit dem Taschenrechner.



Tipps zu Aufgabe 2

1. *Entscheide, welche Seiten die Hypotenuse und welche die Katheten sind.*



2. *Stelle den Satz des Pythagoras auf:*

   $a^2 = b^2 + c^2$

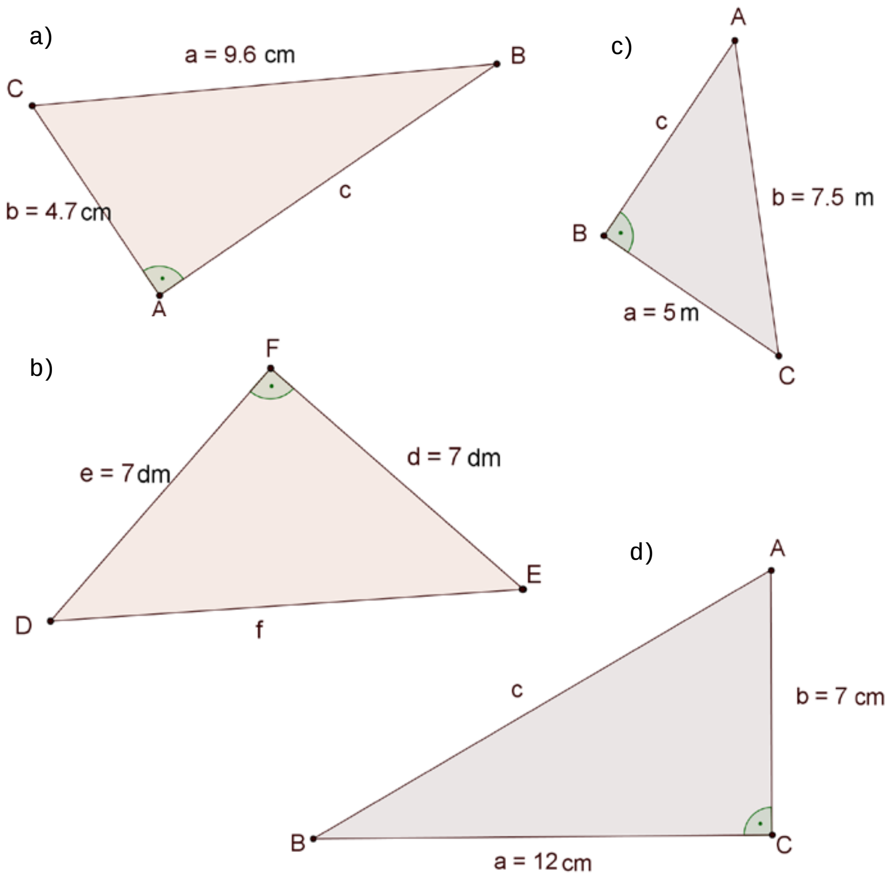
3. *Forme die Gleichung nach der gesuchten Größe um:*

   $b^2 = a^2 - c^2$

4. *Setze die Werte ein.*

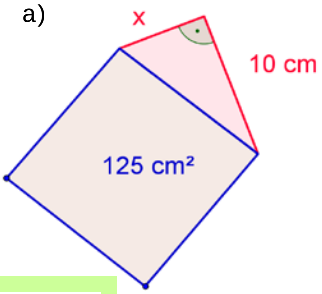
Aufgabe 2

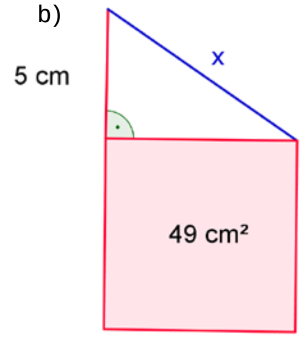
Berechne in den abgebildeten rechtwinkligen Dreiecken die fehlende Seitenlänge mit dem Satz des Pythagoras.

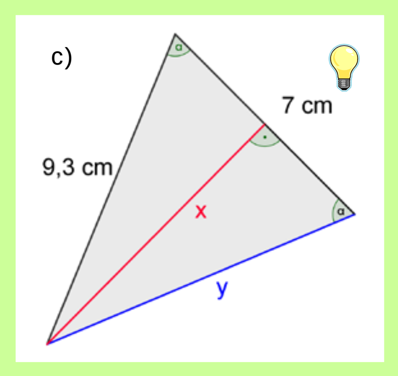


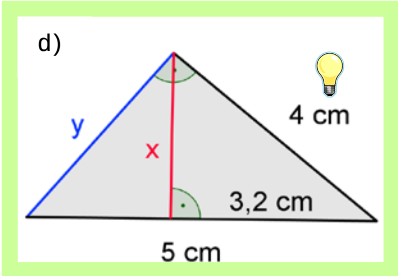
Aufgabe 3

Berechne die Länge der Strecken x und y.









Tipp zu Aufgabe 4

1. *Zeichne als Planfigur ein kleines rechtwinkliges Dreieck.*
2. *Beschrifte zuerst den rechten Winkel, dann die dem rechten Winkel gegenüberliegende Seite, nun die anderen Winkel, Seiten und Punkte.*
3. *Markiere bekannte Größen grün, gesuchte Größen rot.*

Aufgabe 4

Berechne die fehlende Seitenlänge im rechtwinkligen Dreieck ABC.

Skizziere dazu eine Planfigur.

a)	b)	c)	d)	e)
a = 40 m	a = 7,4 cm	b = 35 cm	a = 17 cm	a = 3 cm
c = 300 m	c = 5,5 cm	c = 120 cm	c = 8 cm	b = 3,4 cm
γ = 90°	β = 90°	α = 90°	α = 90°	β = 90°

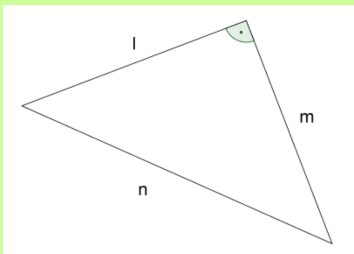
Tipp zur Zusatzaufgabe 1

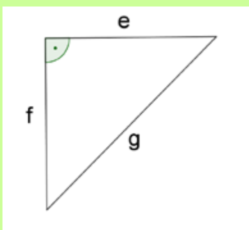
Der GRUNDWISSEN-Kasten hilft bei der Entscheidung, welche Seite die Hypotenuse und welche die Kathete ist.

Erinnere dich: Katheten schließen den rechten Winkel ein.

ZUSATZAUFGABE 1

1. Formuliere für jedes Dreieck den Satz des Pythagoras.
2. Stelle die Gleichungen so um, dass du Formeln für die Berechnung der Länge jeder Kathete erhältst.





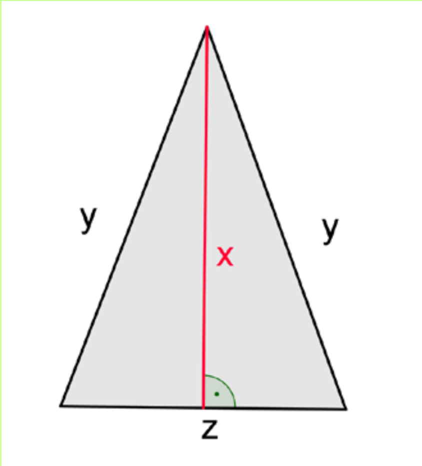
Tipp zur Zusatzaufgabe 2

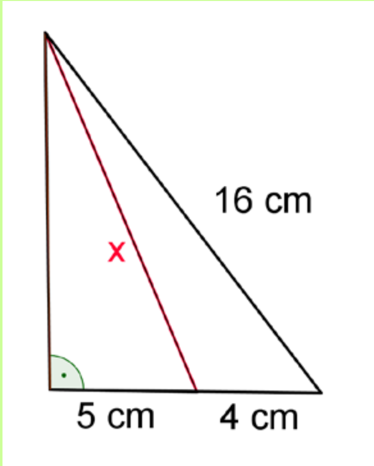
1. *Setze für x, y und z Zahlen eines pythagore-ischen Zahlentripels ein.*
2. *Berechne x.*
3. *Überlege nun, wie du die Zahlen aus dem Trippel mit Variablen ersetzen kannst.*

ZUSATZAUFGABE 2

Berechne x.

Stelle für die linke Aufgabe eine Gleichung mit Variablen auf. Berechne in der rechten Aufgabe die Länge in cm.





Rückblick

Aufgabe aus dem Lern-modul	**Das habe ich mit dieser Aufgabe gelernt:**	Bearbeitet am:	Kontrolliert am:	Das kann ich gut!	Hier habe ich noch Fragen.	Das hat noch nicht richtig geklappt.
	Lernweg – Üben und Übertragen					
1	Ich kann die Seitenlänge einer Kathete in einem rechtwinkligen Dreieck mit Kenntnissen zum Satz des Pythagoras berechnen.					
2	Ich kann fehlende Seitenlängen in verschiedenen rechtwinkligen Dreiecken mit dem Satz des Pythagoras berechnen.					
3	Ich kann mehrschrittige Lösungswege, die zur Berechnung einer unbekannten Seitenlänge in einem rechtwinkligen Dreieck nötig sind, durchführen.					
4	Ich kann Planfiguren zeichnen, korrekt beschriften und mit Hilfe der Planfigur den Satz des Pythagoras aufstellen, um fehlende Seitenlägen in rechtwinkligen Dreiecken zu berechnen.					
1	Ich kann den Satz des Pythagoras für unterschiedliche Dreiecksbeschriftungen aufstellen.					
2	a) Ich kann eine Gleichung nur mit Variablen für die Berechnung einer unbekannten Seitenlänge im rechtwinkligen Dreieck aufstellen. b) Ich kann mit Hilfe des Satzes von Pythagoras über mehrere Schritte die Länge einer Strecke in einem rechtwinkligen Dreieck berechnen.					

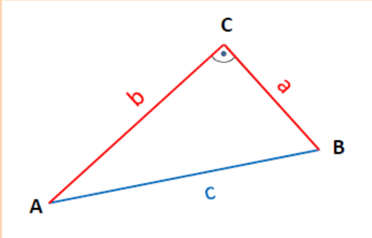
GRUNDWISSEN

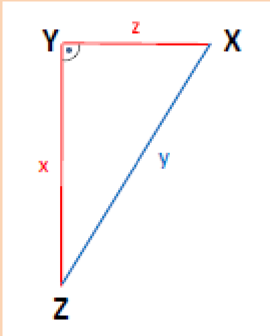
Durch Gleichungsumformung lassen sich mit dem Satz des Pythagoras im rechtwinkligen Dreieck fehlende Seitenlängen berechnen.

$c^2 = a^2 + b^2$

$a^2 = c^2 - b^2$

$b^2 = c^2 - a^2$





$y^2 = x^2 + z^2$

$z^2 = y^2 - x^2$

$x^2 = y^2 - z^2$

Name: Datum:

Der Satz des Pythagoras
Baustein 3: Üben und übertragen
Lösungen

Lernmodul Mathematik

Ich kann unbekannte Seitenlängen in einem rechtwinkligen Dreieck mit Hilfe des Satzes von Pythagoras berechnen.

BP 2012 Kompetenz Klasse 9	*Die Schülerinnen und Schüler können den Satz des Pythagoras [...] bei Konstruktionen, Berechnungen und Beweisen anwenden.*		
Vorwissen	- *Satz den Pythagoras kennen* - *Einfache Gleichungsumformungen durchführen*		
Erledigt am		**Zeitumfang**	etwa 2 Stunden

Lernweg – Üben und übertragen

Tipps zu Aufgabe 1

1. *Stelle den Satz des Pythagoras auf.*
2. *Forme die Gleichung vom Satz des Pythagoras um.*
3. 

Aufgabe 1

a) Berechne den Flächeninhalt der schraffierten Quadrate.

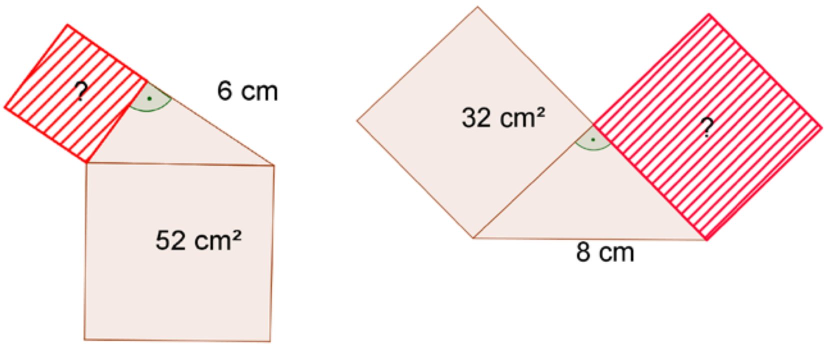
Quadrat 1: 52 cm² - 36 cm² = 16 cm²

Quadrat 2: 64 cm² - 32 cm² = 32 cm²

b) Bestimme die Seitenlänge der Quadrate mit dem Taschenrechner.

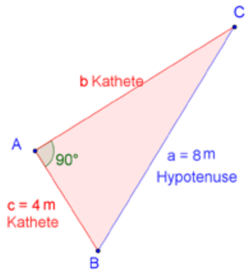
Quadrat 1: $\sqrt{16\ cm^2} = 4\ cm$

Quadrat 2: $\sqrt{32\ cm^2} = 5{,}656\ cm$



Tipps zu Aufgabe 2

1. *Entscheide, welche Seiten die Hypotenuse und welche die Katheten sind.*



2. *Stelle den Satz des Pythagoras auf:*

   $a^2 = b^2 + c^2$

3. *Forme die Gleichung nach der gesuchten Größe um:*

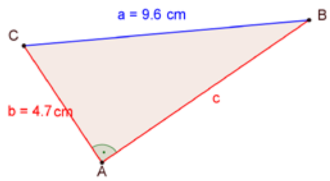
   $b^2 = a^2 - c^2$

4. *Setze die Werte ein.*

Aufgabe 2

Berechne in den abgebildeten rechtwinkligen Dreiecken die fehlende Seitenlänge mit dem Satz des Pythagoras.

a)



$c^2 = a^2 - b^2$

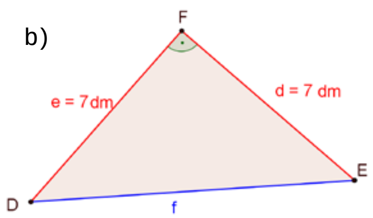
$c^2 = (9{,}6\ cm)^2 - (4{,}7cm)^2$

$c^2 = 92{,}16\ cm^2 - 22{,}09\ cm^2$

$c^2 = 70{,}07\ cm^2$

$c = \sqrt{70{,}07\ cm^2} = 8{,}4\ cm$

b)



$f^2 = e^2 + d^2$

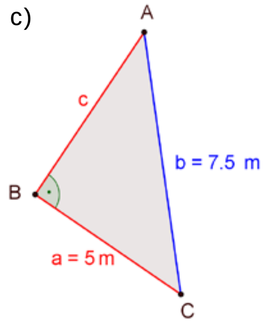
$f^2 = (7\ dm)^2 + (7dm)^2$

$f^2 = 49\ dm^2 + 49\ dm^2$

$f^2 = 98\ dm^2$

$f = \sqrt{98\ dm^2} = 9{,}9\ dm$

c)



$c^2 = b^2 - a^2$

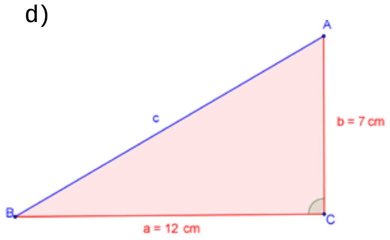
$c^2 = (7{,}5\ m)^2 - (5\ m)^2$

$c^2 = 56{,}25\ cm^2 - 25\ cm^2$

$c^2 = 31{,}25\ cm^2$

$c = \sqrt{31{,}25\ cm^2} = 5{,}6\ cm$

d)



$c^2 = a^2 + b^2$

$c^2 = (12\ cm)^2 + (7\ cm)^2$

$c^2 = 144\ cm^2 + 49\ cm^2$

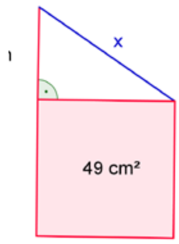
$c^2 = 193\ cm^2$

$c = \sqrt{193\ cm^2} = 13{,}9\ cm$

Aufgabe 3

Berechne die Länge der Strecken x und y.

b)

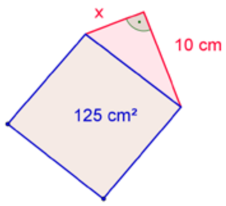


$x^2 = 49\ cm^2 + 25\ cm^2$

$x^2 = 74\ cm^2$

$x = \sqrt{74\ cm^2} = 8{,}6\ cm$

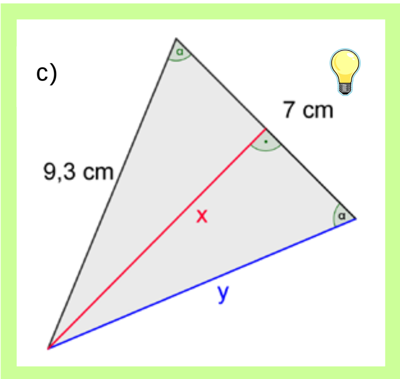
a)



$x^2 = 125\ cm^2 - 100\ cm^2$

$x^2 = 25\ cm^2$

$x = 5\ cm$



y kann direkt aus der Zeichnung abgelesen werden, da es sich um ein gleichschenkliges Dreieck handelt.

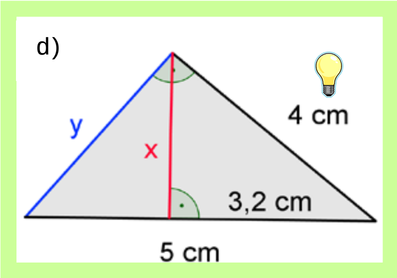
$y = 9{,}3\ cm$

$x^2 = (9{,}3\ cm)^2 - (3{,}5\ cm)^2$

$x^2 = 86{,}49\ cm^2 - 12{,}25\ cm^2$

$x^2 = 74{,}24\ cm^2$

$x = 8{,}6\ cm$



$x^2 = (4\ cm)^2 - (3{,}2\ cm)^2$
$x^2 = 16\ cm^2 - 10{,}24\ cm^2$
$x^2 = 5{,}76\ cm^2$
$x = 2{,}4\ cm$

$y^2 = (1{,}8\ cm)^2 + x^2$
$y^2 = 3{,}24\ cm^2 + 5{,}76\ cm^2$
$y^2 = 9\ cm^2$
$\sqrt{9\ cm^2} = 3\ cm$

Tipp zu Aufgabe 4

1. *Zeichne als Planfigur ein kleines rechtwinkliges Dreieck.*
2. *Beschrifte zuerst den rechten Winkel, dann die dem rechten Winkel gegenüberliegende Seite, nun die anderen Winkel, Seiten und Punkte.*
3. *Markiere bekannte Größen grün, gesuchte Größen rot.*

Aufgabe 4

Berechne die fehlende Seitenlänge im rechtwinkligen Dreieck ABC.

Skizziere dazu eine Planfigur.

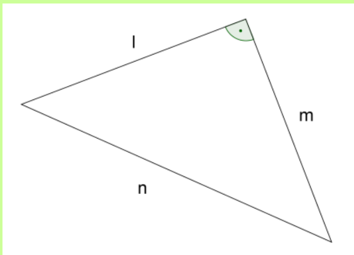
a)	b)	c)	d)	e)
a = 40 m	a = 7,4 cm	b = 35 cm	a = 17 cm	a = 3 cm
c = 300 m	c = 5,5 cm	c = 120 cm	c = 8 cm	b = 3,4 cm
γ = 90°	β = 90°	α = 90°	α = 90°	β = 90°
b = 297,32 m	*b= 9,22 cm*	*a = 125 cm*	*b = 15 cm*	*c = 1,6 cm*

Tipp zur Zusatzaufgabe 1

Der GRUNDWISSEN-Kasten hilft bei der Entscheidung, welche Seite die Hypotenuse und welche die Kathete ist.

Erinnere dich: Katheten schließen den rechten Winkel ein.

ZUSATZAUFGABE 1

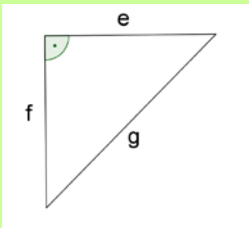


1. Formuliere für jedes Dreieck den Satz des Pythagoras.

   $n^2 = m^2 + l^2$
   $g^2 = e^2 + f^2$

2. Stelle die Gleichungen so um, dass du Formeln für die Berechnung der Länge jeder Kathete erhältst.

   $m^2 = n^2 - l^2$
   $l^2 = n^2 - m^2$
   $e^2 = g^2 - f^2$
   $f^2 = g^2 - e^2$



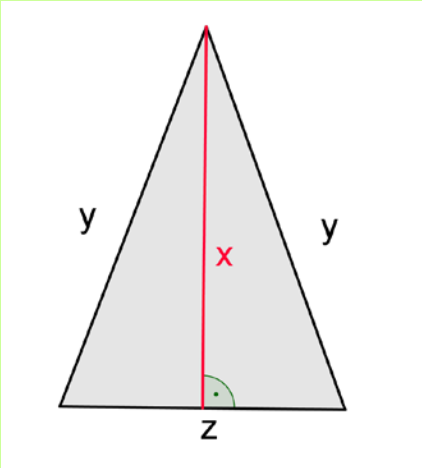
<u>Tipp zur Zusatzaufgabe 2</u>

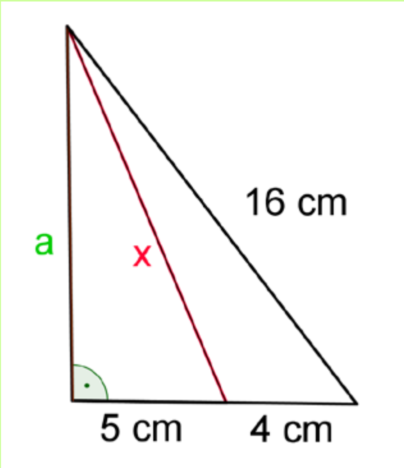
1. *Setze für x, y und z Zahlen eines pythagore-ischen Zahlentripels ein.*
2. *Berechne x.*
3. *Überlege nun, wie du die Zahlen aus dem Trippel mit Variablen ersetzen kannst.*

ZUSATZAUFGABE 2 

Berechne x.

Stelle für die linke Aufgabe eine Gleichung mit Variablen auf. Berechne in der rechten Aufgabe die Länge in cm.





Zeichnung links

$$x^2 = y^2 - \left(\frac{z}{2}\right)^2$$

$$x = \sqrt{y^2 - \left(\frac{z}{2}\right)^2}$$

Zeichnung rechts

$a^2 = (16\text{ cm})^2 - (9\text{ cm})^2 = 256\text{ cm}^2 - 81\text{ cm}^2 = 175\text{ cm}^2$

$a = 13{,}23\text{ cm}$

$x^2 = (5\text{ cm})^2 + (13{,}23\text{ cm})^2 = 25\text{ cm}^2 + 175\text{ cm}^2 = 200\text{ cm}^2$

$x = 14{,}14\text{ cm}$

Rückblick

Aufgabe aus dem Lern-modul	**Das habe ich mit dieser Aufgabe gelernt:**	Bearbeitet am:	Kontrolliert am:	Das kann ich gut!	Hier habe ich noch Fragen.	Das hat noch nicht richtig geklappt.
	Lernweg – Üben und Übertragen					
1	Ich kann die Seitenlänge einer Kathete in einem rechtwinkligen Dreieck mit Kenntnissen zum Satz des Pythagoras berechnen.					
2	Ich kann fehlende Seitenlängen in verschiedenen rechtwinkligen Dreiecken mit dem Satz des Pythagoras berechnen.					
3	Ich kann mehrschrittige Lösungswege, die zur Berechnung einer unbekannten Seitenlänge in einem rechtwinkligen Dreieck nötig sind, durchführen.					
4	Ich kann Planfiguren zeichnen, korrekt beschriften und mit Hilfe der Planfigur den Satz des Pythagoras aufstellen, um fehlende Seitenlägen in rechtwinkligen Dreiecken zu berechnen.					
1	Ich kann den Satz des Pythagoras für unterschiedliche Dreiecksbeschriftungen aufstellen.					
2	a) Ich kann eine Gleichung nur mit Variablen für die Berechnung einer unbekannten Seitenlänge im rechtwinkligen Dreieck aufstellen. b) Ich kann mit Hilfe des Satzes von Pythagoras über mehrere Schritte die Länge einer Strecke in einem rechtwinkligen Dreieck berechnen.					

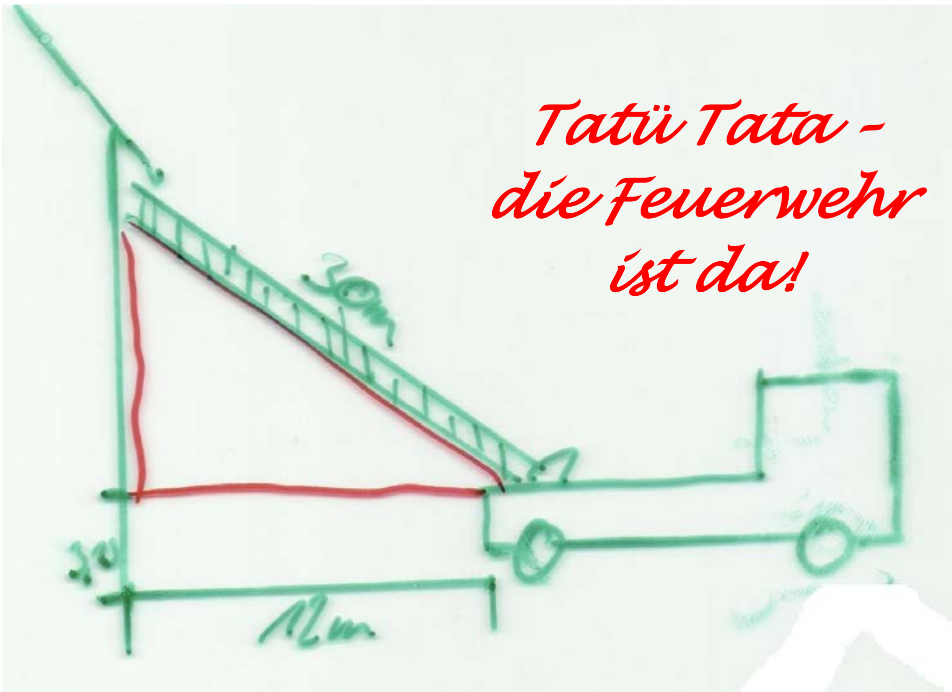


Abb. 1

Name: Datum:

Lernmodul Mathematik

Der Satz des Pythagoras
Baustein 4: Anwenden

Ich kann den Satz des Pythagoras in unterschiedlichen Anwendungssituationen zur Berechnung gesuchter Größen verwenden.

BP 2012 Kompetenz Klasse 9	*Die Schülerinnen und Schüler können den Satz des Pythagoras […] bei Konstruktionen, Berechnungen und Beweisen anwenden.*		
Vorwissen	- *Satz den Pythagoras kennen* - *Skizzen erstellen* - *Einfache Anwendungsaufgaben lösen*		
Erledigt am		**Zeitumfang**	etwa 2 Stunden

Lernweg – Anwenden

Aufgabe 1

Abb. 2
http://www.metz-online.de *

Abb. 2

Tipp zu Aufgabe 1

Fertige eine Skizze an.

Die Feuerwehr in Gutenberg hat sich ein Drehleiter-Fahrzeug angeschafft. Mit diesem Fahrzeug kann man über einen am Ende der Leiter angebrachten Korb Personen aus großer Höhe retten.

Laut Vorschrift muss das Fahrzeug von einem Haus einen Mindestabstand von 12 m einhalten.

Hier die technischen Daten des Fahrzeugs:

Fahrzeugtyp	Mercedes Benz Econic 1833 LL		
Baujahr	2012		
Leistung	240 kW / 326 PS		
Maße des Fahrzeugs	Höhe 3,19 m	Breite 2,3 m	Länge 10 m
Maße der Leiter	30 m		
Gesamtgewicht	18 000 kg		

Aus welcher maximalen Höhe kann die Feuerwehr mit diesem Fahrzeug Personen retten?

Aufgabe 2

Hier ist die Lösung der Aufgabe von Carlos, Benjamin und Naomi. Vergleiche sie mit deiner Lösung. Was stellst du fest? Markiere Unterschiede und Gemeinsamkeiten.

$$900\,m^2 - 144\,m^2 = 756\,m^2$$

$$\sqrt{756\,m^2}$$

$$27{,}49\,m + 3{,}19\,m = 30{,}68\,m$$

Abb. 3

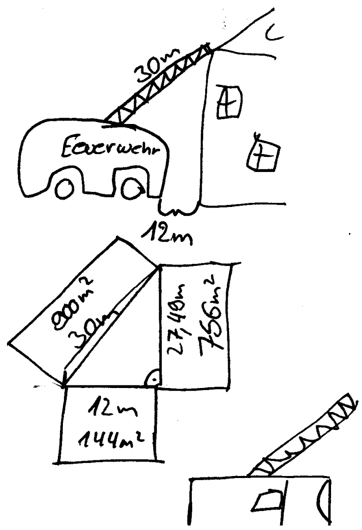


Abb. 4

* Diese Art von Drehleiter-Fahrzeugen wird auch von anderen Firmen hergestellt.

Aufgabe 3

Lösung von Josias und Timo

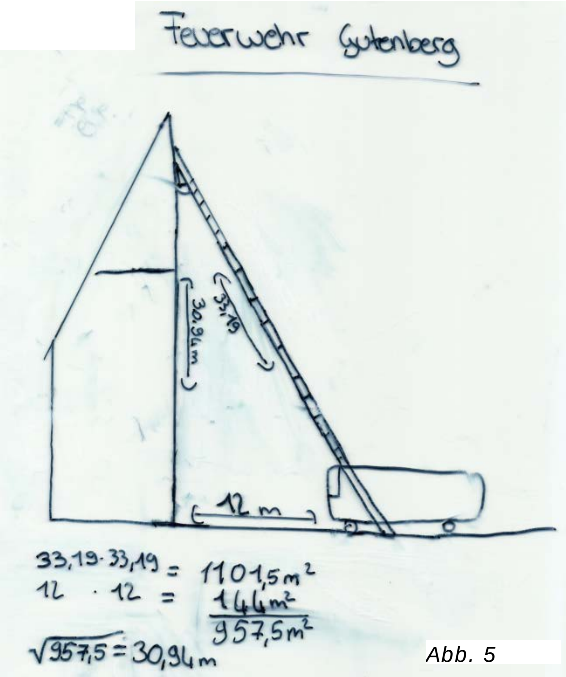


Abb. 5

Lösung von Cansu, Anna und Konstantin

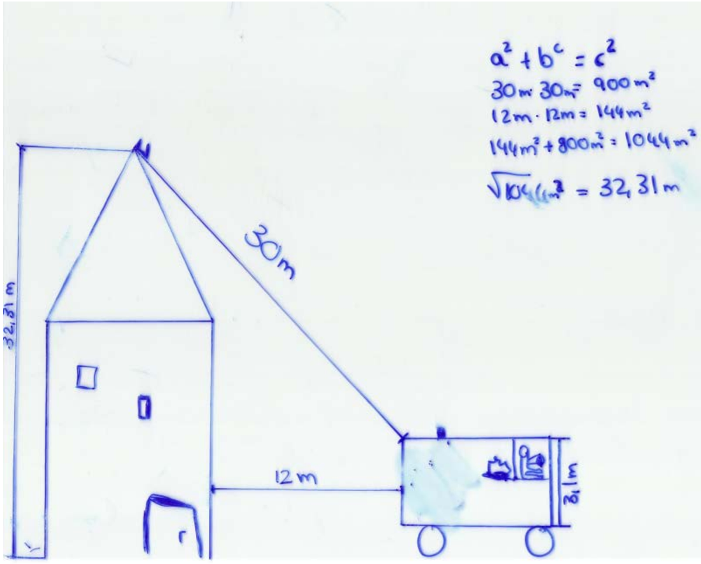


Abb. 6

Dies sind die Lösungen von Josias und Timo und von Cansu, Anna und Konstantin.

a) Wähle eine Lösung aus. Beschreibe den Lösungsweg der Gruppe.

b) Welche Tipps gibst du ihnen? Schreibe auf.

Aufgabe 4

Rick ist bei der freiwilligen Feuerwehr und kennt sich aus. Er behauptet, es sei nicht besonders klug, das Drehleiterfahrzeug vorwärts an ein Haus zu fahren, weil die Drehleiter dann nicht so hoch hinauf reicht.

a) Unterstütze seine Behauptung zeichnerisch und rechnerisch.

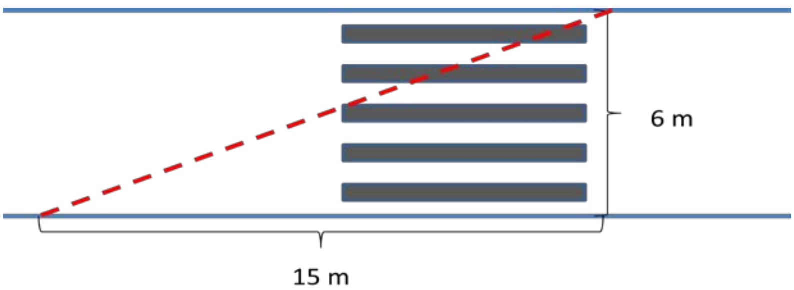
b) Wie viel Meter Höhe gewinnt man etwa, wenn das Fahrzeug rückwärts an das Haus fährt?

<u>Tipp zu Aufgabe 4</u>

1. *Mache eine Skizze wie auf Seite 1.*
2. *Drehe das Fahrzeug und bestimme erneut die Rettungshöhe.*
3. *Steht das Fahrzeug vorwärts am Haus, ergänze in deiner Rechnung die Länge des Fahrzeugs.*

Aufgabe 5

Auf dem Schulweg kürzt Timo gerne ab, was eigentlich verkehrswidrig ist. Statt den Zebrastreifen zu überqueren und auf dem Gehweg weiterzugehen, wählt er die rot gestrichelte Strecke. Um wie viel Meter verkürzt sich dadurch sein Weg?



Tipp zu Aufgabe 6

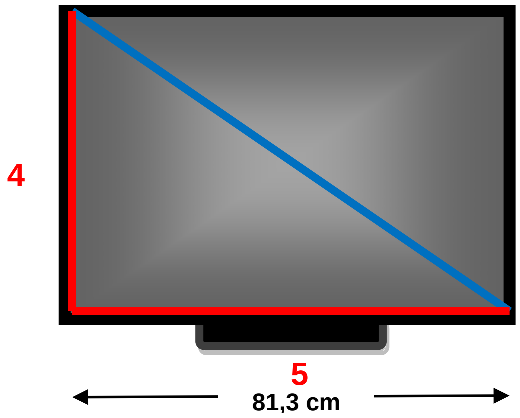
Ermittle die Länge der Diagonale und wandle sie in Zoll um.

Aufgabe 6

Die Länge einer Bildschirmdiagonalen bestimmt die Größe eines Bildschirms. Sie wird in Zoll angegeben (1 Zoll = 2,54 cm).
Als Bildschirmformat gilt das Seitenverhältnis von Länge zu Höhe.

a) Bestimme die Höhe des Bildschirms in cm.

b) Gib die Größe des Bildschirms in Zoll an.

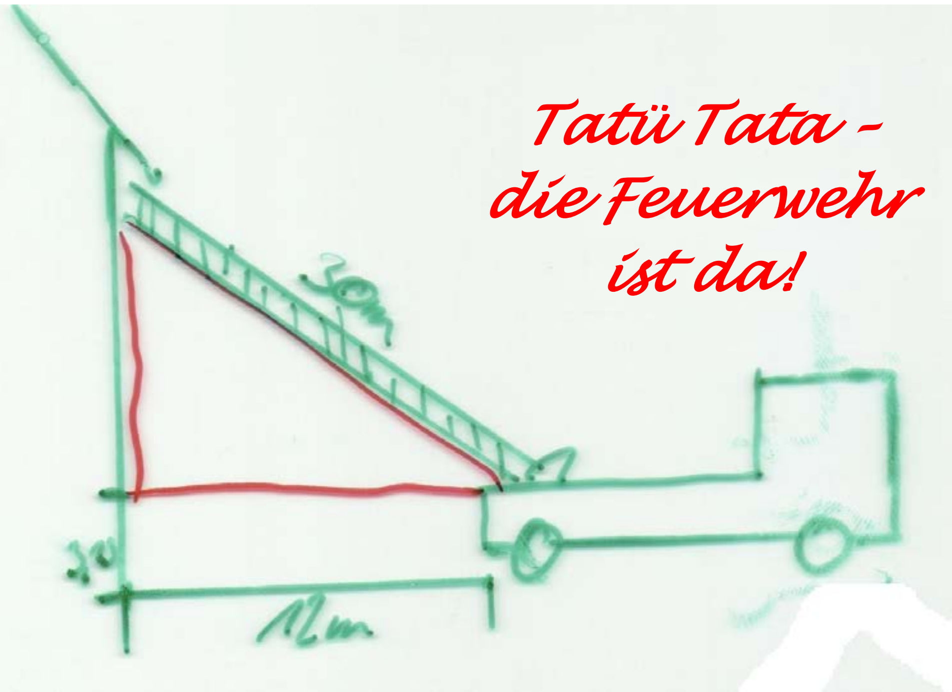


ZUSATZAUFGABE

Die Höhe eines Flachbildschirms im Format 16 : 9 wird mit 68,5 cm angegeben. Ermittle seine Größe in Zoll.

Rückblick

Aufgabe aus dem Lernmodul	**Das habe ich mit dieser Aufgabe gelernt:**	Bearbeitet am:	Kontrolliert am:	Das kann ich gut!	Hier habe ich noch Fragen.	Das hat noch nicht richtig geklappt.
	Lernweg – Anwenden					
1	Ich kann wichtige Daten zur Berechnung einer Anwendungssituation aus einem Text entnehmen. Ich kann eine **Skizze** erstellen, wichtige Angaben eintragen und sie zur Lösung nutzen. Ich kann eine Anwendungsaufgabe mit Hilfe des Satzes von Pythagoras lösen.					
2	Ich kann Unterschiede und Gemeinsamkeiten in zwei mathematischen Lösungen herausstellen und schriftlich festhalten.					
3	Ich kann Lösungswege nachvollziehen. Ich kann schriftlich Hinweise und Tipps zu fehlerhaften Aufgabenlösungen geben. Ich kann mathematisch **Kommunizieren.**					
4	Ich kann Behauptungen mit Hilfe von Skizzen und dem Satz des Pythagoras beweisen. Ich kann mathematisch **Argumentieren.** Ich kann fehlende Größen mit Hilfe des Satzes von Pythagoras ermitteln.					
5	Ich kann fehlende Angaben aus einer Skizze entnehmen und mit Hilfe des Satzes von Pythagoras eine Aufgabe lösen. Ich kann Anwendungsaufgaben **modellieren**.					
6	Ich kann einfache Verhältnisangaben in konkrete Längen übersetzen und mit Hilfe des Satzes von Pythagoras eine Anwendungsaufgabe lösen. Ich kann Anwendungsaufgaben **modellieren**.					
Zusatzaufgabe	Ich kann Verhältnisangaben in Längen übersetzen und mit Hilfe des Satzes von Pythagoras eine Anwendungsaufgabe lösen.					



Name: Datum:

Der Satz des Pythagoras
Baustein 4: Anwenden
Lösungen

Ich kann den Satz des Pythagoras in unterschiedlichen Anwendungssituationen zur Berechnung gesuchter Größen verwenden.

BP 2012 Kompetenz Klasse 9	*Die Schülerinnen und Schüler können den Satz des Pythagoras [...] bei Konstruktionen, Berechnungen und Beweisen anwenden.*		
Vorwissen	- *Satz den Pythagoras kennen* - *Skizzen erstellen* - *Einfache Anwendungsaufgaben lösen*		
Erledigt am		**Zeitumfang**	etwa 2 Stunden

Lernweg – Anwenden

Aufgabe 1

http://www.metz-online.de *

Tipp zu Aufgabe 1

Fertige eine Skizze an.

Die Feuerwehr in Gutenberg hat sich ein Drehleiter-Fahrzeug angeschafft. Mit diesem Fahrzeug kann man über einen am Ende der Leiter angebrachten Korb Personen aus großer Höhe retten.

Laut Vorschrift muss das Fahrzeug von einem Haus einen Mindestabstand von 12 m einhalten.

Hier die technischen Daten des Fahrzeugs:

Fahrzeugtyp	Mercedes Benz Econic 1833 LL
Baujahr	2012
Leistung	240 kW / 326 PS
Maße des Fahrzeugs	Höhe 3,19 m Breite 2,3 m Länge 10 m
Maße der Leiter	30 m
Gesamtgewicht	18 000 kg

Aus welcher maximalen Höhe kann die Feuerwehr mit diesem Fahrzeug Personen retten?

Skizze vergleiche Deckblatt

$b^2 = c^2 - a^2$

$b^2 = (30\ m)^2 - (12\ m)^2$

$b^2 = 900\ m^2 - 144\ m^2$

$b^2 = 756\ m^2$

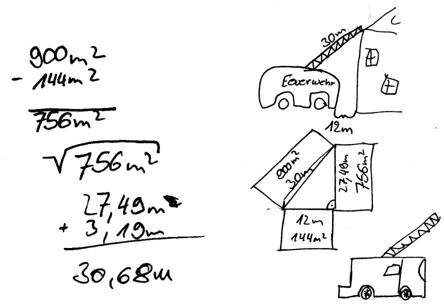
$b = \sqrt{756\ m^2} = 27{,}5\ m$

Leiter auf Fahrzeug auf ca. 3 m Höhe montiert. →

Die Feuerwehr kann maximal aus einer Höhe von etwa 30,5 m retten.

Aufgabe 2

Hier ist die Lösung der Aufgabe von Carlos, Benjamin und Naomi. Vergleiche sie mit deiner Lösung. Was stellst du fest? Markiere Unterschiede und Gemeinsamkeiten.

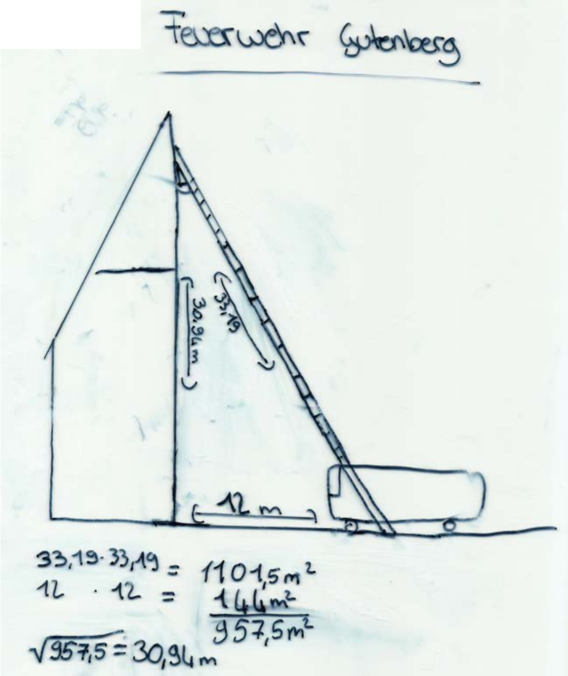


Carlos, Benjamin und Naomi erhalten als Rettungshöhe ca. 27 m. Auch sie gehen davon aus, dass die Leiter auf dem Fahrzeug in etwa 3,20 m angebracht ist. Dadurch erhalten sie dieselbe Gesamtrettungshöhe. In der Skizze haben die drei nicht sorgfältig gezeichnet. Wenn die Drehleiter in der Mitte des Fahrzeugs angebracht ist und nicht ganz am Ende, wird der Abstand zum Haus größer. Dadurch würde sich die Rettungshöhe verringern.

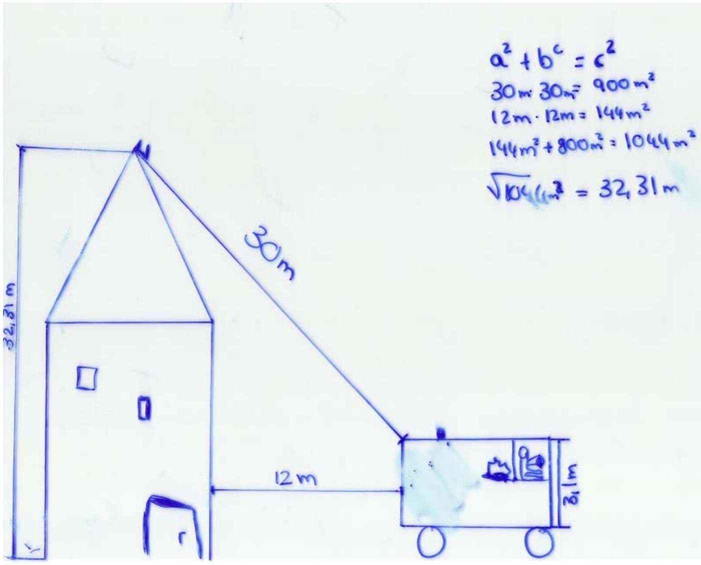
* Diese Art von Drehleiter-Fahrzeugen wird auch von anderen Firmen hergestellt

Aufgabe 3

Lösung von Josias und Timo



Lösung von Cansu, Anna und Konstantin



Dies sind die Lösungen von Josias und Timo und von Cansu, Anna und Konstantin.

a) Wähle eine Lösung aus. Beschreibe den Lösungsweg der Gruppe.

b) Welche Tipps gibst du ihnen? Schreibe auf.

Josias und Timo addieren die Fahrzeughöhe zur Leiterlänge. Das ist nicht ganz korrekt, was auch am Ergebnis zu erkennen ist, das etwa einen ¾ Meter mehr Rettungshöhe ergibt. Sie rechnen mit der fehlerhaften Angabe von den Zahlen her korrekt über den Satz des Pythagoras die Haushöhe aus, aus der maximal gerettet werden könnte.

Allerdings sollte man hier nicht so genau sein, denn wer sagt denn, dass die Drehleiter genau am Ende des Fahrzeugs angebracht ist und genau das rechtwinklige Dreieck entsteht, von dem wir ausgehen.

Bei Josias und Timo ist nicht ganz klar, ob die Leiter vorne am Fahrzeug oder hinten am Fahrzeug montiert ist. Wenn sie das Fahrzeug vorwärts ans Haus fahren, wird der Abstand zum Haus von 12 m auf 12 m + Fahrzeuglänge (ca. 10 m) vergrößert. Der Satz des Pythagoras würde lauten:
$(30\ m)^2 - (20\ m)^2 = 900\ m^2 - 400\ m^2 = 500\ m^2$ → Haushöhe $h = 22{,}4\ m$
Das führt eindeutig zu einer Verringerung der Rettungshöhe, selbst wenn man die Fahrzeughöhe von etwa 3 m noch hinzufügt.

*Cansu, Anna und Konstantin zeichnen das rechtwinklige Dreieck nicht korrekt ein. Ihr Dreieck hinauf zur Spitze ist ein stumpfwinkliges Dreieck, für das der Satz des Pythagoras nicht gilt. Die drei kennen zwar den Satz des Pythagoras, verwechseln aber die Hypotenuse und die Katheten. Die angelegte Leiter entspräche der Hypotenuse, die Höhe des Hauses einer Kathe*Geben Sie hier eine Formel ein.*te, der Abstand zur Hauswand ebenfalls einer Kathete.*
Deshalb muss der Satz des Pythagoras so umgeformt werden:
$c^2 - b^2 = a^2$ → $900\ m^2 - 144\ m^2 = 756\ m^2$
Cansu, Anna und Konstantin berücksichtigen bei ihrer Rechnung auch nicht die Fahrzeughöhe.

<u>Tipp zu Aufgabe 4</u>

1. *Mache eine Skizze wie auf Seite 1.*
2. *Drehe das Fahrzeug und bestimme erneut die Rettungshöhe.*
3. *Steht das Fahrzeug vorwärts am Haus, ergänze in deiner Rechnung die Länge des Fahrzeugs.*

Aufgabe 4

Rick ist bei der freiwilligen Feuerwehr und kennt sich aus. Er behauptet, es sei nicht besonders klug, das Drehleiterfahrzeug vorwärts an ein Haus zu fahren, weil die Drehleiter dann nicht so hoch hinauf reicht.

a) Unterstütze seine Behauptung zeichnerisch und rechnerisch.

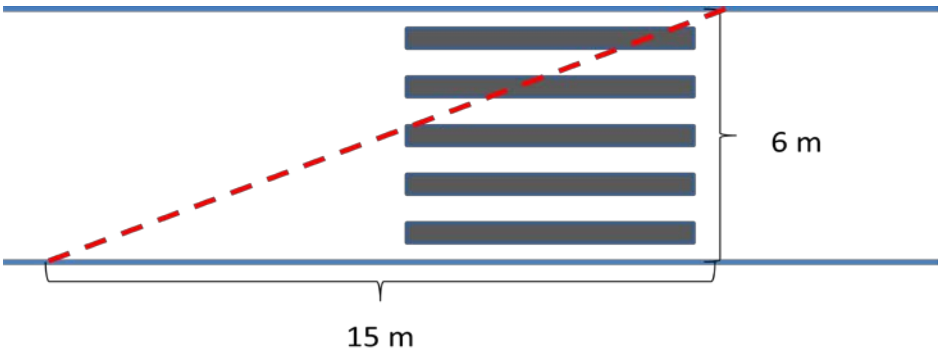
Wenn das Fahrzeug vorwärts ans Haus gefahren wird, wird der Abstand zum Haus von 12 m auf 12 m + Fahrzeuglänge 10 m, also auf ca. 22 m vergrößert.
Der Satz des Pythagoras würde lauten:
$(30\ m)^2 - (22\ m)^2 = 900\ m^2 - 484\ m^2 = 416\ m^2 \rightarrow$ Haushöhe h = 20,4 m
Das führt eindeutig zu einer Verringerung der Rettungshöhe, selbst wenn man die Fahrzeughöhe von etwa 3 m noch hinzufügt.

b) Wie viel Meter Höhe gewinnt man etwa, wenn das Fahrzeug rückwärts an das Haus fährt?

Höhe bei rückwärts geparktem Fahrzeug: etwa 30,5 m
Höhe bei vorwärts geparktem Fahrzeug: etwa 23,5 m
Man gewinnt also etwa 7 m. Zu genau darf man hier nicht sein, denn in Wirklichkeit ist die Drehleiter nicht genau am Ende des Fahrzeugs oder vorne am Fahrzeug angebracht und nicht genau auf 3,2 m montiert, denn dass ist die Höhe des Fahrzeugs. Zudem wird der Abstand vom Haus auch nicht immer genau 12 m betragen, wodurch sich die Rettungshöhen verändern.

Aufgabe 5

Auf dem Schulweg kürzt Timo gerne ab, was eigentlich verkehrswidrig ist. Statt den Zebrastreifen zu überqueren und auf dem Gehweg weiterzugehen, wählt er die rot gestrichelte Strecke. Um wie viel Meter verkürzt sich dadurch sein Weg?



$c^2 = a^2 + b^2$

$c^2 = (15\ m)^2 + (6\ m)^2 = 225\ m^2 + 36\ m^2 = 261\ m^2$

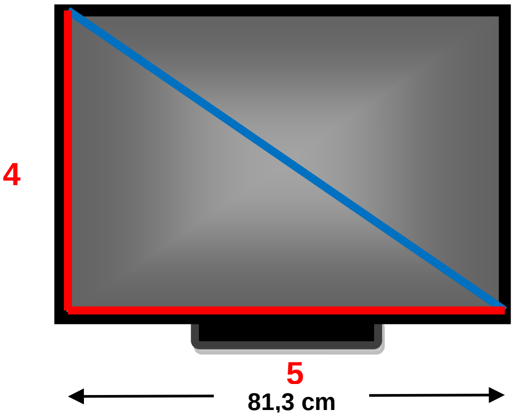
$c = \sqrt{261\ m^2} \approx 16{,}16\ m$

Länge des vorschriftsmäßigen Wegs über den Zebrastreifen: 6 m + 15 m = 21 m
Differenz: 21 m – 16,16 m = 4,84 m
Rein rechnerisch verkürzt sich der Weg um 4,84 m, in Wirklichkeit werden es zwischen viereinhalb und fünf Meter sein.

Tipp zu Aufgabe 6

Ermittle die Länge der Diagonale und wandle sie in Zoll um.

Aufgabe 6



Die Länge einer Bildschirmdiagonalen bestimmt die Größe eines Bildschirms. Sie wird in Zoll angegeben (1 Zoll = 2,54 cm). Als Bildschirmformat gilt das Seitenverhältnis von Länge zu Höhe.

a) Bestimme die Höhe des Bildschirms in cm.

Länge des Bildschirms in cm: 81,3 cm
Höhe des Bildschirms in cm: 5 Teile entsprechen 81,3 cm
1 Teil entspricht 81,3 cm : 5 = 16,26 cm
4 Teile entsprechen 16,26 cm · 4 = 65,04 cm

b) Gib die Größe des Bildschirms in Zoll an.

Länge der Diagonale² = Länge² + Höhe²
$d^2 = (81{,}3\text{ cm})^2 + (65{,}04\text{ cm})^2$
$d^2 = 6609{,}7\text{ cm}^2 + 4230{,}20\text{ cm}^2$
$d^2 = 10839{,}90\text{ cm}^2$
$d = \sqrt{10839{,}90\ cm^2} = 104{,}11\ cm$
Die Länge der Bildschirmdiagonale beträgt etwa 104 cm oder 1m 4 cm.
In Zoll sind das 104 cm : 2,54 cm ≈ 50 Zoll

ZUSATZAUFGABE 

Die Höhe eines Flachbildschirms im Format 16 : 9 wird mit 68,5 cm angegeben. Ermittle seine Größe in Zoll.

Ausgangspunkt ist die Höhe: 68,5 cm

9 Teile entsprechen 68,5 cm
1 Teil entspricht 68,5 cm : 9 = 7,61 cm
16 Teile entsprechen 7,61 · 16 = <u>121,78 cm</u>
Der Fernseher hat eine Länge von 121,78 cm.

Aufstellen des Satzes von Pythagoras zur Berechnung der Länge der Diagonalen:

Länge der Diagonale² = Länge² + Höhe²
$d^2 = (121{,}78\text{ cm})^2 + (68{,}5\text{ cm})^2$
$d^2 = 14830{,}37\text{ cm}^2 + 4692{,}25\text{ cm}^2$
$d^2 = 19522{,}62\text{ cm}^2$
$d = \sqrt{19522{,}62\ cm^2} = 139{,}72\ cm$
Umrechnung in Zoll: 139,72 cm : 2,54 = <u>55 Zoll</u>

Rückblick

Aufgabe aus dem Lern-modul	**Das habe ich mit dieser Aufgabe gelernt:**	Bearbeitet am:	Kontrolliert am:	Das kann ich gut!	Hier habe ich noch Fragen.	Das hat noch nicht richtig geklappt.
	Lernweg – Anwenden					
1	Ich kann wichtige Daten zur Berechnung einer Anwendungssituation aus einem Text entnehmen. Ich kann eine **Skizze** erstellen, wichtige Angaben eintragen und sie zur Lösung nutzen. Ich kann eine Anwendungsaufgabe mit Hilfe des Satzes von Pythagoras lösen.					
2	Ich kann Unterschiede und Gemeinsamkeiten in zwei mathematischen Lösungen herausstellen und schriftlich festhalten.					
3	Ich kann Lösungswege nachvollziehen. Ich kann schriftlich Hinweise und Tipps zu fehlerhaften Aufgabenlösungen geben. Ich kann mathematisch **Kommunizieren.**					
4	Ich kann Behauptungen mit Hilfe von Skizzen und dem Satz des Pythagoras beweisen. Ich kann mathematisch **Argumentieren.** Ich kann fehlende Größen mit Hilfe des Satzes von Pythagoras ermitteln.					
5	Ich kann fehlende Angaben aus einer Skizze entnehmen und mit Hilfe des Satzes von Pythagoras eine Aufgabe lösen. Ich kann Anwendungsaufgaben **modellieren**.					
6	Ich kann einfache Verhältnisangaben in konkrete Längen übersetzen und mit Hilfe des Satzes von Pythagoras eine Anwendungsaufgabe lösen. Ich kann Anwendungsaufgaben **modellieren**.					
Zusatz-aufgabe	Ich kann Verhältnisangaben in Längen übersetzen und mit Hilfe des Satzes von Pythagoras eine Anwendungsaufgabe lösen.					

Abb. 1

Name: Datum:

Der Satz des Pythagoras
Baustein 5: Üben, vertiefen und anwenden

Ich kann fehlende Längen zur Berechnung von Umfang und Fläche von Figuren mit Hilfe des Satzes von Pythagoras berechnen.
Ich kann Höhen oder Seitenhöhen zur Berechnung von Volumen und Oberfläche von Pyramide und Kegel mit Hilfe des Satzes von Pythagoras berechnen.

BP 2012 Kompetenz Klasse 10	*Die Schülerinnen und Schüler können Streckenlängen [….]unter Nutzung des Satzes von Pythagoras […] berechnen.*		
Vorkenntnisse	- *Den Satz des Pythagoras anwenden* - *Umfang und Flächeninhalt von Dreiecken, Vierecken und Kreis berechnen* - *Oberfläche und Volumen von Pyramide und Kegel berechnen* - *Einfache Formeln verwenden und umformen*		
Erledigt am		**Zeitumfang**	etwa 6 Stunden

Lernmodul Mathematik

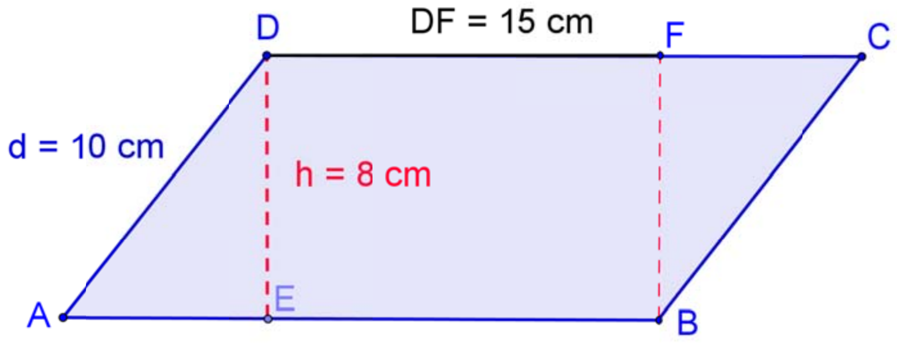
Lernweg – Üben und vertiefen

Tipp zu Aufgabe 1

$A = a \bullet h_a$

Aufgabe 1

Berechne Umfang und Flächeninhalt des Parallelogramms.



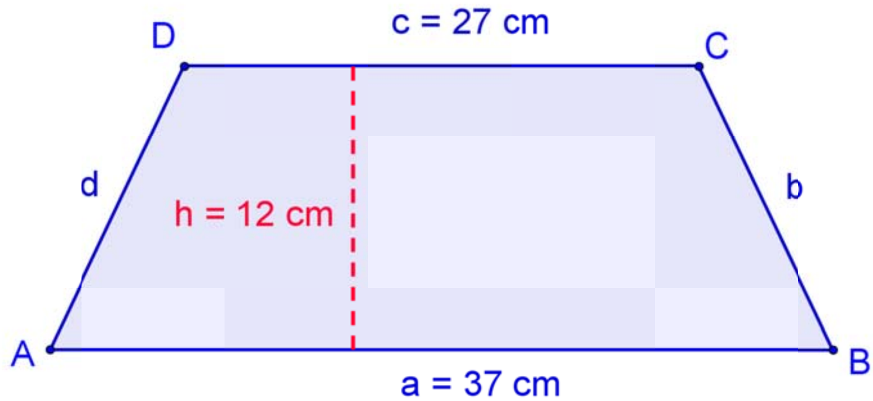
Tipps zu Aufgabe 2

$A = ((a + c): 2) \bullet h$

Durch Addition aller Seitenlängen eines Trapezes erhält man den Umfang.

Aufgabe 2

Berechne Umfang und Flächeninhalt des gleichschenkligen Trapezes.

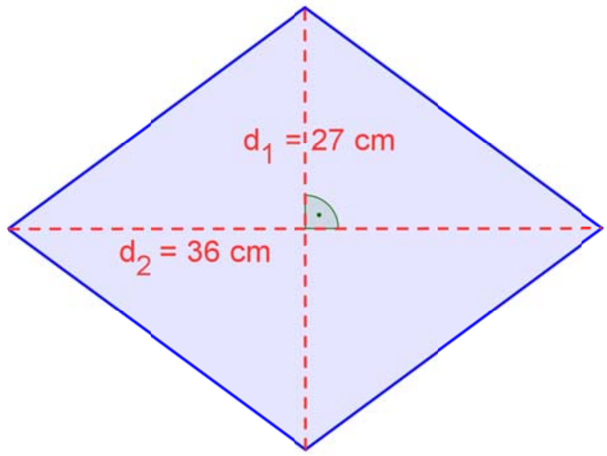


Tipp zu Aufgabe 3

Die Hälfte der Diagonalenlängen und der Satz des Pythagoras helfen weiter.

Aufgabe 3

Die Diagonalen einer Raute sind 36 cm und 27 cm lang. Berechne den Umfang der Raute.



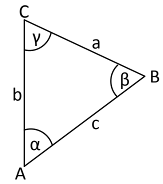
Aufgabe 4

Berechne die fehlenden Längen, die Fläche A und den Umfang U in einem gleichschenkligen Dreieck:

a) $c = 14$ cm, $h_c = 18$ cm
c) $b = 7$ cm, $h_b = 2$ cm
b) $a = 14{,}8$ m, $c = 24{,}6$ m
d) $A = 50$ cm^2, $h_c = 8$ cm

Tipps zu Aufgabe 4

1. *Mache eine Skizze.*



2. *Verwende den Satz des Pythagoras.*

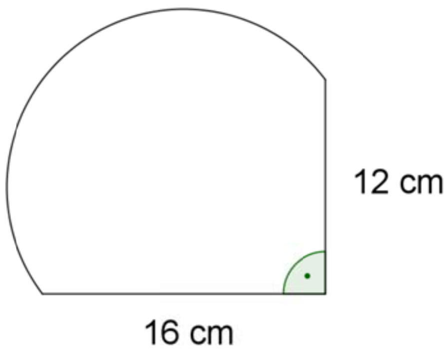
Zusatzaufgabe 1  **Du kannst hier mit dem Computer arbeiten.**

In einem gleichschenkligen Dreieck sind die Seiten a und b 10 cm lang.
Die Höhe h_c beträgt 9 cm.

a) Berechne die fehlenden Größen c, A und U.
b) Verringere die Höhe um 1 cm, 2 cm, 3 cm … und berechne die fehlenden Größen c, A und U. Trage die Ergebnisse in eine Tabelle des Tabellenkalkulationsprogrammes ein. Was stellst du fest?
c) Zeichne in ein Koordinatensystem einen Graphen für die Abhängigkeit von A zur Höhe. (x-Achse für die Höhe h, y-Achse für den Flächeninhalt A)
d) Bei welcher Höhe in mm ist der Flächeninhalt am größten?
e) Bei welcher Höhe in mm ist der Flächeninhalt am kleinsten?

Aufgabe 5

Berechne Umfang und Flächeninhalt der Figur.

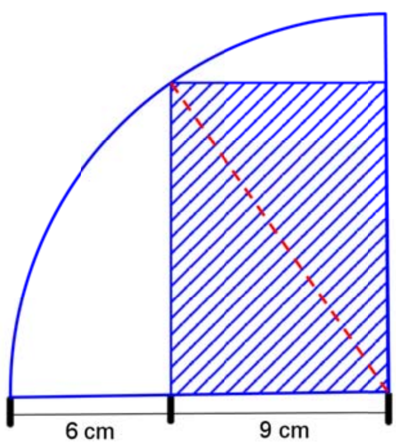


Tipp zu Aufgabe 5

Zerlege die Figur in dir bekannte Teilflächen.

Aufgabe 6

Berechne den Flächeninhalt der schraffierten Figur.

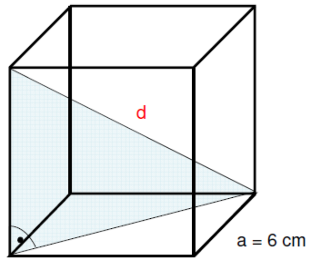


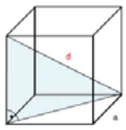
Tipp zu Aufgabe 6

Die gestrichelte Linie ist eine bekannte Größe im Kreis.

Aufgabe 7

Berechne die Länge der Raumdiagonalen d eines Würfels mit der Kantenlänge a = 6 cm.



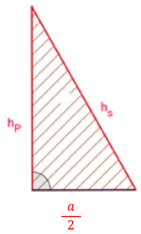


Zusatzaufgabe 2

Stelle eine Formel auf zur Berechnung der Raumdiagonalen d auf. Verwende für die Kantenlänge des Würfels die Variable a.

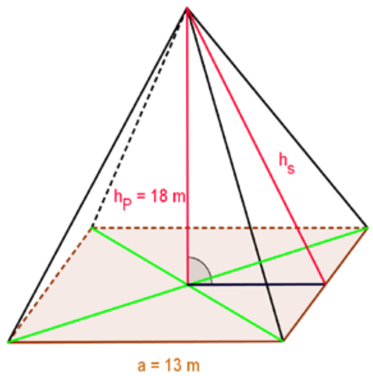
Tipps zu Aufgabe 8

1. *Stelle den Satz des Pythagoras auf.*



2. $V_P = \frac{1}{3} a^2 \bullet h_P$
3. $O_P = A_G + A_M$

Aufgabe 8



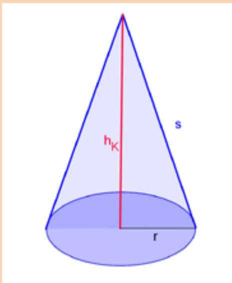
Berechne das Volumen und die Oberfläche der quadratischen Pyramide.

GRUNDWISSEN

Die Oberfläche eines Kegels berechnet man mit der Formel:

$O_{Ke} = A_{Kreis} + A_{Mantel}$

$O_{Ke} = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot s$



Tipps zu Aufgabe 9

1. $s^2 = r^2 + h_{Ke}^2$
2. $V_{Ke} = (A_{Kr} \bullet h_{Ke}) : 3$

Aufgabe 9

Berechne die fehlenden Angaben für die einzelnen Kegel.

	a)	b)	c)	d)
Radius r	5 cm	7 cm		9,5 cm
Höhe des Kegels h_{Ke}	8 cm		15 cm	
Seitenhöhe s			20 cm	30 cm
Volumen V_{Ke}	209 cm³	615 cm³		
Grundfläche A_{Kr}				
Oberfläche O_{Ke}				

Lernweg – Anwenden

Aufgabe 10

Abb. 2

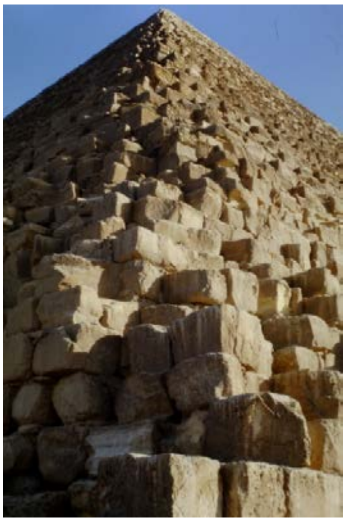


Abb. 3

Die Cheopspyramide in Ägypten ist eine quadratische Pyramide, hatte ursprünglich eine Höhe h_p von 146,50 m und eine Seitenlänge a von 230,33 m. Heute beträgt die Höhe nur noch 138,75 m und die Seitenlänge 225 m.

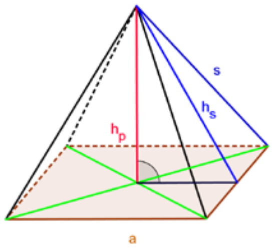
a) Die Pyramide besteht aus riesigen Steinquadern. Im Bild rechts siehst du die Steinquader und die Seitenkante s der heutigen Pyramide. Berechne die Länge der Seitenkante s damals und heute.

b) Wie viel Prozent des ursprünglichen Volumens hat die Cheopspyramide heute?

c) Unweit der Cheopspyramide steht die Chephrenpyramide. Hier sieht man auch heute noch deutlich, dass die Pyramiden eine Verkleidung aus Granit und Kalkstein hatten, die aber im Laufe der Jahrtausende abgetragen wurde und fast ganz verschwand.

Abb. 4

Berechne für die Cheopspyramide die Mantelfläche der ursprünglichen Pyramide und vergleiche sie mit der Mantelfläche der heutigen Pyramide. Wie viel Quadratmeter Granitplatten bräuchte man weniger für die Verkleidung?



<u>Tipps zu Aufgabe 10a)</u>

1. *Überlege, welche Seiten im rechtwinkligen Dreieck in der Skizze die Hypotenuse und die Katheten sind.*
2. *Stelle den Satz des Pythagoras auf.*
3. *Keine Angst vor Variablen!*

<u>Tipps zu Aufgabe 10b)</u>

1. $V_P = \frac{1}{3}(a^2 \bullet h_P)$
2. *Wende den Dreisatz für die Berechnung des Prozentsatzes an. Das ursprüngliche Volumen der Pyramide beträgt 100%.*

<u>Tipps zu Aufgabe 10c)</u>

1. *Die Mantelfläche einer Pyramide setzt sich zusammen aus 4 gleichschenkligen Dreiecken.*
2. *Berechne die Länge der Diagonalen der Grundfläche.*
3. *Halbiere die Diagonale und stelle für $\frac{d}{2}$, h_p und h_k den Satz des Pythagoras auf.*

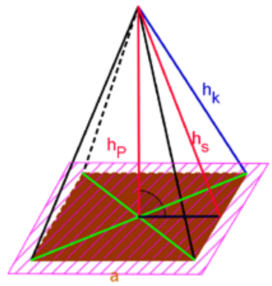
Zusatzaufgabe 3

a) Entwickle eine Formel, mit der die Höhe der Seitenfläche h_s in Abhändigkeit von a und h_p berechnet werden kann.

b) Entwickle eine Formel, mit der die Länge der Seitenkante s in Abhängigkeit von a und h_s berechnet werden kann.

c) Überprüfe mit Hilfe einer Formelsammlung oder im Internet die Richtigkeit deiner Formeln.

Tipp zur Zusatzaufgabe 4



Zusatzaufgabe 4

In Zwiesel im Bayrischen Wald steht eine quadratische Pyramide aus lauter Kristallgläsern. Sie hat eine Gesamthöhe von 8,06 m und eine Breite von 4,6 m. Um die Kristallgläser zu schützen, wurde ein Glasmantel um sie herum gebaut. Der Glasmantel ist etwa 2,80 m höher als die Kristallglaspyramide. Am Boden haben die Gläser etwa 80 cm Abstand vom schützenden Glasmantel.

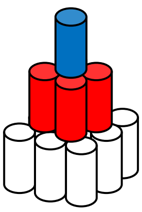
Abb. 5

a) Skizziere ein Schrägbild von beiden Pyramiden, in dem die Maße der Kristallglaspyramide und die des Glasmantels eingetragen sind.

b) Berechne die Mantelfläche der Pyramide aus Kristallgläsern.

c) Berechne den Glasbedarf für den Originalmantel. Du darfst davon ausgehen, dass die Spitze nicht aus Metall gebaut wurde.

Tipp zur Zusatzaufgabe 5



Zusatzaufgabe 5

a) Wie lange ist die metallene Kante des Glasmantels, die sich vom Boden bis zur Spitze zieht?

b) Die Kristallgläserpyramide hat 65 Ebenen. Die erste Ebene besteht aus einem Glas, die zweite aus 4 Gläsern, die dritte aus 9 Gläsern , …. Wie viele Gläser wurden insgesamt benötigt?

Rückblick

Aufgabe aus dem Lern-modul	**Das habe ich mit dieser Aufgabe gelernt:**	Bearbeitet am:	Kontrolliert am:	Das kann ich gut!	Hier habe ich noch Fragen.	Das hat noch nicht richtig geklappt.
	Üben und vertiefen					
1	Ich kann bei gegebener Diagonalenlänge die Seitenlänge einer Raute berechnen und den Umfang der Raute bestimmen.					
2	Ich kann Umfang und Flächeninhalt eines gleichschenkligen Trapezes berechnen, wenn die Grundseite, die Deckseite und die Höhe gegeben sind. Fehlende Größen berechne ich mit dem Satz des Pythagoras.					
3	Ich kann Umfang und Flächeninhalt eines Parallelogramms berechnen, wenn die Höhe und eine Seite gegeben sind. Fehlende Größen berechne ich mit dem Satz des Pythagoras.					
4	Ich kann mit Hilfe des Satzes von Pythaogras fehlende Größen in einem gleichschenkligen Dreieck berechnen.					
Zusatz-auf-gabe 1	Ich kann in einem gleichschenkligen Dreieck fehlende Größen berechnen und einen Graphen zur Abhängigkeit des Flächeninhalts von der Höhe zeichnen.					
5	Ich kann mit Hilfe des Satzes von Pythagoras fehlende Längen berechnen und den Umfang und den Flächeninhalt einer zusammengesetzten Figur bestimmen.					
6	Ich kann mit Hilfe des Satzes von Pythagoras den Flächeninhalt einer Figur bestimmen.					
7	Ich kann die Länge einer Raumdiagonalen in einem Würfel berechnen.					
Zusatz-auf-gabe 2	Ich kann zur Berechnung der Länge der Raumdiagonalen in einem Würfel eine Formel aufstellen.					
8	Ich kann das Volumen und die Oberfläche einer Pyramide berechnen.					
9	Ich kann das Volumen und die Oberfläche eines Kegels berechnen, auch wenn Größen fehlen. Die fehlenden Größen kann ich mit Hilfe des Satzes von Pythagoras oder durch Gleichungsumformung berechnen. Ich kann **formale Elemente** (Variable) der Mathematik einsetzen.					
	Anwenden					
10	Ich kann die Länge einer Seitenkante, das Volumen und die Mantelfläche einer Pyramide berechnen. Ich kann bei einer realitätsbezogenen Aufgabe wichtige Angaben aus einem Text entnehmen. Ich kann eine Anwendungsaufgabe mit Hilfe **mathematischer Modelle** lösen.					
Zusatz-auf-gabe 3	Ich kann eine Formel zur Berechnung der Seitenhöhe und der Seitenkante einer Pyramide aufstellen.					
Zusatz-auf-gabe 4	Ich kann das Schrägbild einer Pyramide skizzieren und die Mantelfläche einer Pyrramide berechnen. Ich kann **mathematische Darstellungen verwenden**.					
Zusatz-auf-gabe 5	Ich kann die Länge der Seitenkante einer Pyramide bestimmen. Ich kann die Summe der ersten 65 Quadratzahlen berechnen.					

Abb. 1

Name: Datum:

Der Satz des Pythagoras
Baustein 5: Üben, vertiefen und anwenden

Ich kann fehlende Längen zur Berechnung von Umfang und Fläche von Figuren mit Hilfe des Satzes von Pythagoras berechnen.
Ich kann Höhen oder Seitenhöhen zur Berechnung von Volumen und Oberfläche von Pyramide und Kegel mit Hilfe des Satzes von Pythagoras berechnen.

BP 2012 Kompetenz Klasse 10	*Die Schülerinnen und Schüler können Streckenlängen [….]unter Nutzung des Satzes von Pythagoras […] berechnen.*		
Vorkenntnisse	- *Den Satz des Pythagoras anwenden* - *Umfang und Flächeninhalt von Dreiecken, Vierecken und Kreis berechnen* - *Oberfläche und Volumen von Pyramide und Kegel berechnen* - *Einfache Formeln verwenden und umformen*		
Erledigt am		**Zeitumfang**	etwa 6 Stunden

Lernmodul Mathematik

Lernweg – Üben und vertiefen

Tipp zu Aufgabe 1

$A = a \bullet h_a$

Aufgabe 1

Berechne Umfang und Flächeninhalt des Parallelogramms.

$a_1^2 = d^2 - h^2$
$a_1^2 = (10\,cm)^2 - (8\,cm)^2$
$a_1^2 = 100\,cm^2 - 64\,cm^2$
$a_1^2 = 36\,cm^2$
$a_1 = 6\,cm$

$U = 2\,(a_1 + \overline{DF}) + 2d$
$U = 2(6\,cm + 15\,cm) + 2 \cdot 10\,cm$
$U = 2 \cdot 21\,cm + 20\,cm$
$U = 62\,cm$

$A = (a_1 + \overline{DF}) \cdot h = (6\,cm + 15\,cm) \cdot 8\,cm$
$A = 21\,cm \cdot 8\,cm = 168\,cm^2$

Tipps zu Aufgabe 2

$A = (a + c) : 2 \bullet h$

Durch Addition aller Seitenlängen eines Trapezes erhält man den Umfang.

Aufgabe 2

Berechne Umfang und Flächeninhalt des gleichschenkligen Trapezes.

$a – c = 10\,cm$
$a_1 = 10\,cm / 2 = 5\,cm$

$d^2 = h^2 + a_1^2$
$d^2 = (12\,cm)^2 + (5\,cm)^2$
$d^2 = 144\,cm^2 + 25\,cm^2$
$d^2 = 169\,cm^2$
$d = 13\,cm$

$U = a + b + c + d = 37\,cm + 2 \cdot 13\,cm + 27\,cm$
$U = 37\,cm + 26\,cm + 27\,cm$
$U = 90\,cm$

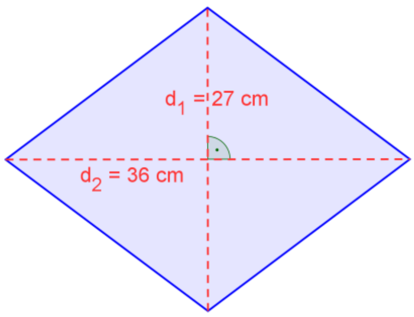
$$A = \frac{a + c}{2} \cdot h$$
$$A = \frac{37\,cm + 27\,cm}{2} \cdot 12\,cm$$
$A = 32\,cm \cdot 12\,cm = 384\,cm^2$

Tipp zu Aufgabe 3
Die Hälfte der Diagonalenlängen und der Satz des Pythagoras helfen weiter.

Aufgabe 3

Die Diagonalen einer Raute sind 36 cm und 27 cm lang. Berechne den Umfang der Raute.

$a^2 = (d_1/2)^2 + (d_2/2)^2$
$a^2 = (13{,}5\,cm)^2 + (18\,cm)^2$
$a^2 = 182{,}25\,cm^2 + 324\,cm^2$
$a^2 = 506{,}25\,cm^2$
$a = 22{,}5\,cm$
$U = 4 \cdot a = 4 \cdot 22{,}5\,cm = 90\,cm$



Aufgabe 4

Tipps zu Aufgabe 4

1. *Mache eine Skizze.*
2. *Verwende den Satz des Pythagoras.*

Berechne die fehlenden Längen, die Fläche A und den Umfang U in einem gleichschenkligen Dreieck:

a) $c = 14$ cm, $h_c = 18$ cm   c) $b = 7$ cm, $h_b = 2$ cm

b) $a = 14{,}8$ m, $c = 24{,}6$ m   d) $A = 50$ cm^2, $h_c = 8$ cm

a) $A = \frac{c*h}{2} = \frac{14\,cm*18\,cm}{2} = \mathbf{126\,cm^2}$

Berechnung der Seitenlängen, die zur Berechnung von U erforderlich sind:
a und b, wobei a = b, da gleichschenkliges Dreieck

$$\left(\frac{c}{2}\right)^2 + (h_c)^2 = b^2$$
$$(7cm)^2 + (18\,cm)^2 = b^2$$
$$49\,cm^2 + 324\,cm^2 = b^2$$
$$373\,cm^2 = b^2$$
$$\mathbf{19{,}3\,cm = b}$$

U = a + b + c = 19,3 cm + 19,3 cm + 14 cm = ***52,6 cm***

b) $h^2 = a^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2$ = (14,8 cm)² - (12,3 cm)² = 219,04 cm² - 151,29 cm² = 67,75 cm² → $\mathbf{h_c = 8{,}23\,cm}$

$$A = \frac{c \cdot h}{2} = \frac{24{,}6\,cm \cdot 8{,}23\,cm}{2} = \mathbf{101{,}23\,cm^2}$$

U = a + b + c = 14,8 cm + 14,8 cm + 24,6 cm = ***54,2 cm***

c) $A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{7\,cm \cdot 2\,cm}{2} = \mathbf{7\,cm^2}$

Berechnung der Seitenlängen, die zur Berechnung von U erforderlich sind:
a und c, wobei a = c, da gleichschenkliges Dreieck

$$\left(\frac{b}{2}\right)^2 + hb^2 = a^2$$
$$(3{,}5\,cm)^2 + (2\,cm)^2 = a^2$$
$$12{,}25\,cm^2 + 4\,cm^2 = a^2$$
$$16{,}25\,cm^2 = a^2$$
$$\mathbf{4{,}03\,cm = a}$$

U = a + b + c = 4,03 cm + 7 cm + 4,03 cm = ***15,06 cm***

d) $A = \frac{c \cdot hc}{2} \rightarrow c = \frac{2 \cdot A}{hc} = \frac{2 \cdot 50\,cm^2}{8\,cm} = \mathbf{12{,}5\,cm}$

$$a^2 = \left(\frac{c}{2}\right)^2 + hc^2$$
$$a^2 = (6{,}25\,cm)^2 + (8\,cm)^2$$
$$a^2 = 39{,}06\,cm^2 + 64\,cm^2$$
$$a^2 = 103{,}06\,cm^2$$
$$\mathbf{a = 10{,}15\,cm}$$

U = a + b + c = 10,15 cm + 10,15 cm + 12,5 cm = ***32,8 cm***

Zusatzaufgabe 1 **Du kannst hier mit dem Computer arbeiten.**

In einem gleichschenkligen Dreieck sind die Seiten a und b 10 cm lang.

Die Höhe h_c beträgt 9 cm.

a) Berechne die fehlenden Größen c, A und U.

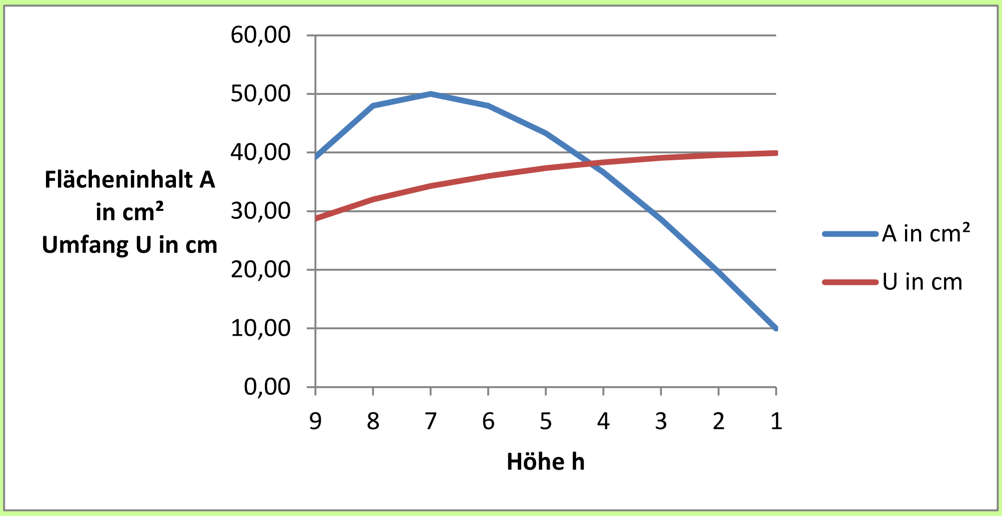
b) Verringere die Höhe um 1 cm, 2 cm, 3 cm ... und berechne die fehlenden Größen c, A und U. Trage die Ergebnisse in eine Tabelle des Tabellenkalkulationsprogrammes ein. Was stellst du fest?

c) Zeichne in ein Koordinatensystem einen Graphen für die Abhängigkeit von A zur Höhe. (x-Achse für die Höhe h, y-Achse für den Flächeninhalt A)

d) Bei welcher Höhe in mm ist der Flächeninhalt am größten?

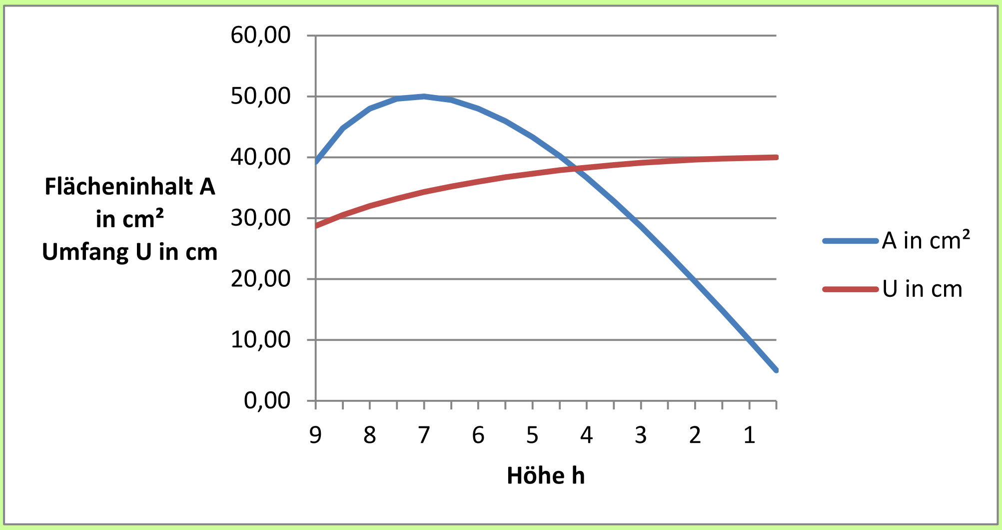
e) Bei welcher Höhe in mm ist der Flächeninhalt am kleinsten?

a in cm	b in cm	h_c in cm	$\frac{c}{2}$	c	A in cm²	U in cm
10	10	9	4,4	8,7	39,23	28,7
10	10	8	6,0	12,0	48,00	32,0
10	10	7	7,1	14,3	50,05	34,3
10	10	6	8,0	16,0	48,00	36,0
10	10	5	8,7	17,3	43,25	37,3
10	10	4	9,2	18,3	36,66	38,3
10	10	3	9,5	19,1	28,65	39,1
10	10	2	9,8	19,6	19,60	39,6
10	10	1	9,9	19,9	9,95	39,9



Zusatzinformation: So sieht die Tabelle aus, wenn die Höhe um jeweils einen halben Zentimeter verringert wird.

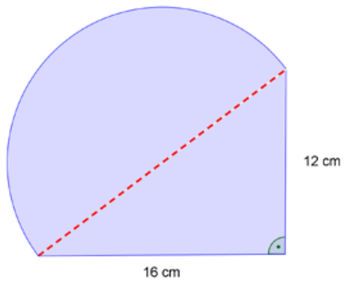
a in cm	b in cm	h_c in cm	$\frac{c}{2}$	c	A in cm²	U in cm
10	10	9	4,4	8,7	39,23	28,7
10	10	8,5	5,3	10,5	44,78	30,5
10	10	8	6,0	12,0	48,00	32,0
10	10	7,5	6,6	13,2	49,61	33,2
10	10	7	7,1	14,3	49,99	34,3
10	10	6,5	7,6	15,2	49,40	35,2
10	10	6	8,0	16,0	48,00	36,0
10	10	5,5	8,4	16,7	45,93	36,7
10	10	5	8,7	17,3	43,30	37,3
10	10	4,5	8,9	17,9	40,19	37,9
10	10	4	9,2	18,3	36,66	38,3
10	10	3,5	9,4	18,7	32,79	38,7
10	10	3	9,5	19,1	28,62	39,1
10	10	2,5	9,7	19,4	24,21	39,4
10	10	2	9,8	19,6	19,60	39,6
10	10	1,5	9,9	19,8	14,83	39,8
10	10	1	9,9	19,9	9,95	39,9
10	10	0,5	10,0	20,0	4,99	40,0



Tipp zu Aufgabe 5
Zerlege die Figur in dir bekannte Teilflächen.

Aufgabe 5

Berechne Umfang und Flächeninhalt der Figur.



Zerlegung in einen Halbkreis und ein Dreieck
Durchmesser Halbkreis:
$d_{Halbkreis}^2 = (16\ cm)^2 + (12\ cm)^2$
$d_{Halbkreis}^2 = 256\ cm^2 + 144\ cm^2$
$d^2 = 400\ cm^2$
$d = 20\ cm$

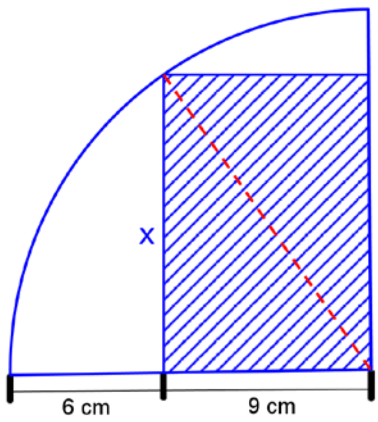
Fläche des rechtwinkligen Dreiecks: $A = \frac{1}{2}\ 16\ cm \cdot 12\ cm = 96\ cm^2$
Fläche des Halbkreises: $A = \frac{1}{2} \cdot r^2\ \pi = \frac{1}{2} \cdot (10\ cm)^2 \cdot \pi = 50\ cm^2 \cdot \pi = 157{,}08\ cm^2$
Fläche der Gesamtfigur: $A_{Figur} = A_{Dreieck} + A_{Halbkreis} = 96\ cm^2 + 157{,}03\ cm^2 = 253{,}08\ cm^2$

Umfang Halbkreis: $U_{Halbkreis} = \frac{d \cdot \pi}{2} = \frac{20\ cm \cdot \pi}{2} = 10\ cm \cdot \pi = 31{,}4\ cm$
Umfang der Gesamtfigur: $U_{Figur} = U_{Halbkreis} + 12\ cm + 16\ cm = 59{,}4\ cm$

Tipp zu Aufgabe 6
Die rot gestrichelte Linie ist eine bekannte Größe im Kreis.

Aufgabe 6

Berechne den Flächeninhalt der schraffierten Figur.

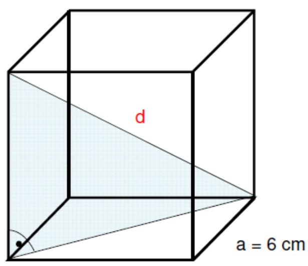


Die gestrichelte Linie ist der Radius des Viertelkreises und hat die Länge 15 cm.

$x^2 = (15\ cm)^2 - (\ 9cm)^2$
$x^2 = 225\ cm^2 - 81\ cm^2$
$x^2 = 144\ cm^2$
$x = 12\ cm$
Fläche des schraffierten Rechtecks:
$A = 9\ cm \cdot 12\ cm = 108\ cm^2$

Aufgabe 7

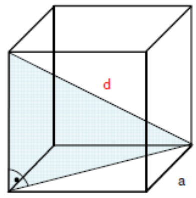
Berechne die Länge der Raumdiagonalen d eines Würfels mit der Kantenlänge
a = 6 cm.



$d_{Grundfläche}^2 = a^2 + a^2 = 36\ cm^2 + 36\ cm^2$
$d_{Grundfläche} = \sqrt{72\ cm^2} = 8{,}49\ cm$

$d_{Raumdiagonale}^2 = d_{Grundfläche}^2 + a^2$
$d_{Raumdiagonale}^2 = 72\ cm^2 + 36\ cm^2 = 108\ cm^2$
$d_{Raumdiagonale} = \sqrt{108\ cm^2} = \mathbf{10{,}4\ cm}$

Zusatzaufgabe 2

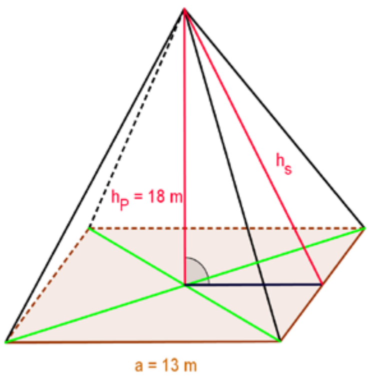


Stelle eine Formel auf zur Berechnung der Raumdiagonalen d auf. Verwende für die Kantenlänge des Würfels die Variable a.

$d_{Grundfläche}^2 = a^2 + a^2 = 2\,a^2$
$d_{Grundfläche} = \sqrt{2\,a^2} = a\,\sqrt{2}$

$d_{Raumdiagonale}^2 = (\sqrt{2\,a^2}\,)^2 + a^2$
$d_{Raumdiagonale}^2 = 2\,a^2 + a^2$
$d_{Raumdiagonale} = \sqrt{3\,a^2} = a\,\sqrt{3}$

Aufgabe 8



Berechne das Volumen und die Oberfläche der quadratischen Pyramide.

$$V = \frac{1}{3}\,a^2 \cdot hp = \frac{1}{3}(13m)^2 \cdot\ 18\,m$$
$$V = \frac{169\,cm^2 \cdot 18\,m}{3} = \mathbf{1014\,m^3}$$

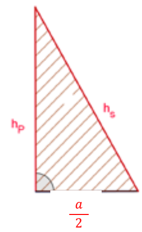
Höhe der Seitenfläche h_s:

$h_s^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + h_P^2$
$h_s^2 = (6{,}5\ m)^2 + (18\ m)^2 = 42{,}25 m^2 + 324\ m^2$
$h_s^2 = 366{,}25\ m^2 \rightarrow h_s = \mathbf{19{,}4\ m}$

$O = A_{Grundfläche} + 4 \cdot A_{Dreieck}$
$O = a^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot hs}{2}$
$O = (13\ m)^2 + 2 \cdot 13\ m \cdot 19\ m$
$O = 169\ m^2 + 496{,}6\ m^2 = \mathbf{665{,}6\ m^2}$

Tipps zu Aufgabe 8

1. *Stelle den Satz des Pythagoras auf.*



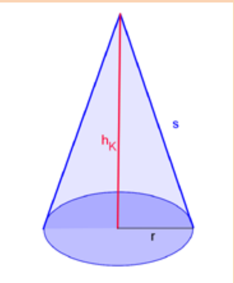
2. $V_P = \frac{1}{3}\,a^2 \bullet h_P$
3. $O_P = A_G + A_M$

GRUNDWISSEN

Die Oberfläche eines Kegels berechnet man mit der Formel:

$O_{Ke} = A_{Kreis} + A_{Mantel}$

$O_{Ke} = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot s$



Tipps zu Aufgabe 9

1. $s^2 = r^2 + h_{Ke}^2$

2. $V_{Ke} = (A_{Kr} \bullet h_{Ke}) : 3$

Aufgabe 9

Berechne die fehlenden Angaben für die einzelnen Kegel.

	a)	b)	c)	d)
Radius r	5 cm	7 cm	13,23 cm	9,5 cm
Höhe des Kegels h_{Ke}	8 cm	11,99 cm	15 cm	28,46 cm
Seitenhöhe s	9,43 cm	13,9 cm	20 cm	30 cm
Volumen V_{Ke}	209 cm³	615 cm³	2748,89 cm³	2689,75 cm³
Grundfläche A_{Kr}	78,5 cm²	153,9 cm²	549,78 cm²	283,53 cm²
Oberfläche O_{Ke}	226,67 cm²	459,58 cm²	1381,04 cm³	1178,88 cm²

a) $s^2 = r^2 + h_{Ke}^2 = 25\ cm^2 + 64\ cm^2 = 89\ cm^2$
$s = 9{,}43\ cm$
$A_{Kreis} = r^2\ \pi = 25\ cm^2 \cdot \pi = 78{,}5\ cm^2$
$A_{Mantel} = r \cdot \pi \cdot s = 5\ cm \cdot \pi \cdot 9{,}43\ cm = 148{,}05\ cm^2$
$O = 78{,}5\ cm^2 + 148{,}05\ cm^2 = 226{,}67\ cm^2$

b) $h_{Kegel} = \frac{3\ V\ Ke}{r^2 \cdot \pi} = \frac{3 \cdot 615\ cm^3}{49\ cm^2 \cdot \pi} = \frac{1845\ cm^3}{153{,}9\ cm^2} = 11{,}99\ cm$
$s^2 = r^2 + h_{Ke}^2 = 49\ cm^2 + 144\ cm^2 = 193\ cm^2$
$s = 13{,}9\ cm$
$A_{Kreis} = r^2\ \pi = 49\ cm^2 \cdot \pi = 153{,}9\ cm^2$
$A_{Mantel} = r \cdot \pi \cdot s = 7\ cm \cdot \pi \cdot 13{,}9\ cm = 305{,}68\ cm^2$
$O = 153{,}9\ cm^2 + 305{,}68\ cm^2 = 459{,}58\ cm^2$

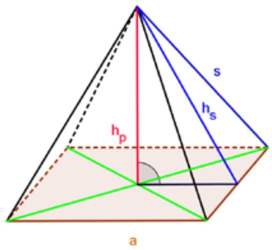
c) $r^2 = s^2 - h_{Ke}^2 = 400\ cm^2 - 225\ cm^2 = 175\ cm^2$
$r = 13{,}23\ cm$
$A_{Kreis} = r^2\ \pi = 175\ cm^2 \cdot \pi = 549{,}78\ cm^2$
$A_{Mantel} = r \cdot \pi \cdot s = 13{,}23\ cm \cdot \pi \cdot 20\ cm = 831{,}27 cm^2$
$O = 549{,}78\ cm^2 + 831{,}27\ cm^2 = 1381{,}04\ cm^2$
$V_{Ke} = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot hKe}{3} = \frac{175\ cm^2 \cdot \pi \cdot 15\ cm}{3} = 2748{,}89\ cm^3$

d) $h_{Ke}^2 = s^2 - r^2 = 900\ cm^2 - 90{,}25\ cm^2 = 809{,}75\ cm^2$
$h_{Ke} = 28{,}46\ cm$
$A_{Kreis} = r^2\ \pi = 90{,}25\ cm^2 \cdot \pi = 283{,}53\ cm^2$
$A_{Mantel} = r \cdot \pi \cdot s = 9{,}5\ cm \cdot \pi \cdot 30\ cm = 895{,}35\ cm^2$
$O = 283{,}53\ cm^2 + 895{,}35\ cm^2 = 1178{,}88\ cm^2$
$V_{Ke} = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot hKe}{3} = \frac{90{,}25\ cm^2 \cdot \pi \cdot 28{,}46\ cm}{3} = 2689{,}74\ cm^3$

Lernweg – Anwenden

Abb. 3

Abb. 2



Aufgabe 10

Die Cheopspyramide in Ägypten ist eine quadratische Pyramide, hatte ursprünglich eine Höhe h_p von 146,50 m und eine Seitenlänge a von 230,33 m.

Heute beträgt die Höhe nur noch 138,75 m und die Seitenlänge 225 m.

a) Die Pyramide besteht aus riesigen Steinquadern. Im Bild rechts siehst du die Steinquader und die Seitenkante s der heutigen Pyramide. Berechne die Länge der Seitenkante s damals und heute.

Damals

$h_s^2 = h_p^2 + (\frac{a}{2})^2 = (146{,}5\ m)^2 + (115{,}165\ m)^2 = 21462{,}25\ m^2 + 13262{,}98\ m^2 = 34725{,}23\ m^2$

$h_s = 186{,}35\ m$

$s^2 = (\frac{a}{2})^2 + h_s^2 = (115{,}165\ m)^2 + (186{,}35\ m)^2 = 13262{,}98\ m^2 + 34725{,}23\ m^2 = 47988{,}21\ m^2$

$s = 219{,}06\ m$

Heute

$h_s^2 = h_p^2 + (\frac{a}{2})^2 = (138{,}75\ m)^2 + (112{,}5\ m)^2 = 19251{,}56\ m^2 + 12656{,}25\ m^2 = 31907{,}81\ m^2$

$h_s = 178{,}6\ m$

$s^2 = (\frac{a}{2})^2 + h_s^2 = (112{,}5\ m)^2 + (178{,}7\ m)^2 = 12656{,}25\ m^2 + 31933{,}69\ m^2 = 44554{,}21\ m^2$

$s = 211{,}08\ m$

b) Wie viel Prozent des ursprünglichen Volumens hat die Cheopspyramide heute?

Pyramide früher

$$V = \frac{1}{3}\, G \cdot h = \frac{(230{,}33\ m)^2 \cdot 146{,}5\ m}{3} = \frac{53051{,}9\ m^2 \cdot 146{,}5\ m}{3} = 2\,590\,701\ m^3$$

Pyramide heute

$$V = \frac{1}{3}\, G \cdot h = \frac{(225\ m)^2 \cdot 138{,}75\ m}{3} = \frac{50625\ m^2 \cdot 138{,}85\ m}{3} = 2\,343\,093{,}75\ m^3$$

Dreisatz

$2590701{,}5\ m^3$ *entspr. 100 %*

$1\ m^3$ *entspr.* $\frac{100\ \%}{2590701{,}5}$

$2343093{,}75\ m^3$ *entspr.* $\frac{100\ \%}{2590701{,}5} \cdot 2343093{,}75 = \mathbf{90{,}38}\ \%$

Tipps zu Aufgabe 10a)

1. *Überlege, welche Seiten im rechtwinkligen Dreieck in der Skizze die Hypotenuse und die Katheten sind.*
2. *Stelle den Satz des Pythagoras auf.*
3. *Keine Angst vor Variablen!*

Tipps zu Aufgabe 10b)

1. $V_P = \frac{1}{3}(a^2 \bullet h_P)$
2. *Wende den Dreisatz für die Berechnung des Prozentsatzes an. Das ursprüngliche Volumen der Pyramide beträgt 100%.*

Tipps zu Aufgabe 10c)

1. *Die Mantelfläche einer Pyramide setzt sich zusammen aus 4 gleichschenkligen Dreiecken.*
2. *Berechne die Länge der Diagonalen der Grundfläche.*
3. *Halbiere die Diagonale und stelle für $\frac{d}{2}$, h_p und h_k den Satz des Pythagoras auf.*

c) Unweit der Cheopspyramide steht die Chephrenpyramide. Hier sieht man auch heute noch deutlich, dass die Pyramiden eine Verkleidung aus Granit und Kalkstein hatten, die aber im Laufe der Jahrtausende abgetragen wurde und fast ganz verschwand.

Abb. 4

Berechne für die Cheopspyramide die Mantelfläche der ursprünglichen Pyramide und vergleiche sie mit der Mantelfläche der heutigen Pyramide. Wie viel Quadratmeter Granitplatten bräuchte man weniger für die Verkleidung?

Mantel damals

$A_{Mantel} = 4 \cdot A_{Dreieck} = 4 \cdot \frac{a \cdot hS}{2} = 2 \cdot 230{,}33\,m \cdot 186{,}35\,m = 85844\,m^2$

Mantel heute

$A_{Mantel} = 4 \cdot A_{Dreieck} = 4 \cdot \frac{a \cdot hS}{2} = 2 \cdot 225\,m \cdot 178{,}7\,m = 80415\,m^2$

Differenz: 5429 m^2

Zusatzaufgabe 3

a) Entwickle eine Formel, mit der die Höhe der Seitenfläche h_s in Abhändigkeit von a und h_p berechnet werden kann.

b) Entwickle eine Formel, mit der die Länge der Seitenkante s in Abhängigkeit von a und h_s berechnet werden kann.

c) Überprüfe mit Hilfe einer Formelsammlung oder im Internet die Richtigkeit deiner Formeln.

$h_s^2 = h_p^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$

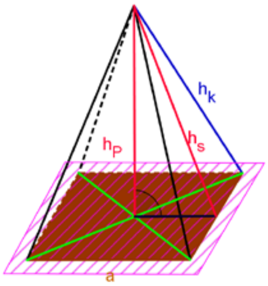
$s^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + h_s^2$

Zusatzaufgabe 4

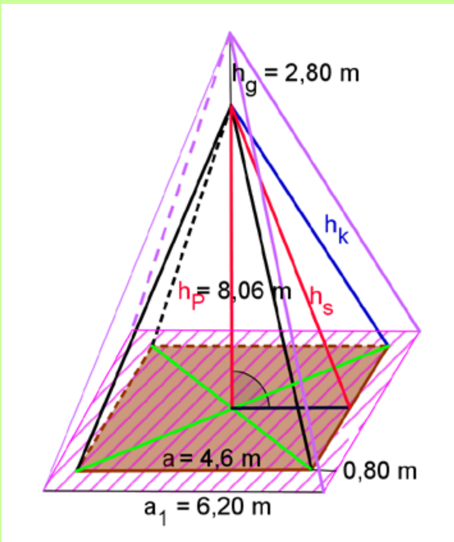
In Zwiesel im Bayrischen Wald steht eine quadratische Pyramide aus lauter Kristallgläsern. Sie hat eine Gesamthöhe von 8,06 m und eine Breite von 4,6 m. Um die Kristallgläser zu schützen, wurde ein Glasmantel um sie herum gebaut. Der Glasmantel ist etwa 2,80 m höher als die Kristallglaspyramide. Am Boden haben die Gläser etwa 80 cm Abstand vom schützenden Glasmantel.

Abb. 5

Tipp zur Zusatzaufgabe 4



a) Skizziere ein Schrägbild von beiden Pyramiden, in dem die Maße der Kristallglaspyramide und die des Glasmantels eingetragen sind.



b) Berechne die Mantelfläche der Pyramide aus den Kristallgläsern.

$h_s^2 = h_P^2 + (\frac{a}{2})^2 = (8{,}06\ m)^2 + (2{,}3\ m)^2$

$h_s^2 = 64{,}96\ m^2 + 5{,}29\ m^2 = 70{,}25\ m^2$

$h_s = 8{,}38\ m$

$A_{Mantel} = 4 \cdot A_{Dreieck} = 4 \cdot \frac{a \cdot hS}{2} = 2 \cdot 4{,}6\,m \cdot 8{,}06\,m = 74{,}15\,m^2$

c) Berechne den Glasbedarf für den Originalmantel. Du darfst davon ausgehen, dass die Spitze nicht aus Metall gebaut wurde.

$h_{s\text{-außen}}^2 = h_{Pgesamt}^2 + (\frac{a1}{2})^2 = (10{,}86\ m)^2 + (\frac{6{,}2\,m}{2})^2$

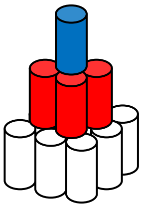
$h_{s\text{-außen}}^2 = 117{,}94\ m^2 + 9{,}61\ m^2 = 127{,}55\ m^2$

$h_{s\text{-außen}} = 11{,}29\ m$

$A_{Mantel} = 4 \cdot A_{Dreieck} = 4 \cdot \frac{a1 \cdot hSaußen}{2} = 2 \cdot 6{,}2\,m \cdot 11{,}29\,m = 140\,m^2$

Es wurden etwa 140 m² Glas benötigt.

Tipp zur Zusatzaufgabe 5



Zusatzaufgabe 5

a) Wie lange ist die metallene Kante des Glasmantels, die sich vom Boden bis zur Spitze zieht?

$s^2 = (\frac{a1}{2})^2 + h_{s\text{-außen}}^2 = (3{,}10\ m)^2 + (11{,}29\ m)^2 = 9{,}61\ m^2 + 127{,}46 = 137{,}07\ m^2$

$\mathbf{s = 11{,}7\ m}$

b) Die Kristallgläserpyramide hat 65 Ebenen. Die erste Ebene besteht aus einem Glas, die zweite aus 4 Gläsern, die dritte aus 9 Gläsern , …. Wie viele Gläser wurden insgesamt benötigt? Erstelle zur Rechnung eine Tabelle mit einem Tabellenkalkulationsprogramm. Arbeite mit Formeln.

Ebene	Zahl der Gläser auf der Ebene	Summe aller Gläser
1	1	1
2	4	5
3	9	14
4	16	30
5	25	55
6	36	91
7	49	140
8	64	204
9	81	285
10	100	385
11	121	506
12	144	650
13	169	819
14	196	1015
15	225	1240
16	256	1496
17	289	1785
18	324	2109
19	361	2470
20	400	2870
21	441	3311
22	484	3795
23	529	4324
24	576	4900
25	625	5525
26	676	6201
27	729	6930
28	784	7714
29	841	8555
30	900	9455
31	961	10416
32	1024	11440
33	1089	12529

Ebene	Zahl der Gläser auf der Ebene	Summe aller Gläser
34	1156	13685
35	1225	14910
36	1296	16206
37	1369	17575
38	1444	19019
39	1521	20540
40	1600	22140
41	1681	23821
42	1764	25585
43	1849	27434
44	1936	29370
45	2025	31395
46	2116	33511
47	2209	35720
48	2304	38024
49	2401	40425
50	2500	42925
51	2601	45526
52	2704	48230
53	2809	51039
54	2916	53955
55	3025	56980
56	3136	60116
57	3249	63365
58	3364	66729
59	3481	70210
60	3600	73810
61	3721	77531
62	3844	81375
63	3969	85344
64	4096	89440
65	4225	93665

Rückblick

Aufgabe aus dem Lern-modul	**Das habe ich mit dieser Aufgabe gelernt:**	Bearbeitet am:	Kontrolliert am:	Das kann ich gut!	Hier habe ich noch Fragen.	Das hat noch nicht richtig geklappt.
	Üben und vertiefen					
1	Ich kann bei gegebener Didagonalenlänge die Seitenlänge einer Raute berechnen und den Umfang der Raute bestimmen.					
2	Ich kann Umfang und Flächeninhalt eines gleichschenkligen Trapezes berechnen, wenn die Grundseite, die Deckseite und die Höhe gegeben sind. Fehlende Größen berechne ich mit dem Satz des Pythagoras.					
3	Ich kann Umfang und Flächeninhalt eines Parallelogramms berechnen, wenn die Höhe und eine Seite gegeben sind. Fehlende Größen berechne ich mit dem Satz des Pythagoras.					
4	Ich kann mit Hilfe des Satzes von Pythaogras fehlende Größen in einem gleichschenkligen Dreieck berechnen.					
Zusatz-auf-gabe 1	Ich kann in einem gleichschenkligen Dreieck fehlende Größen berechnen und einen Graphen zur Abhängigkeit des Flächeninhalts von der Höhe zeichnen.					
5	Ich kann mit Hilfe des Satzes von Pythagoras fehlende Längen berechnen, den Umfang und den Flächeninhalt einer zusammengesetzten Figur bestimmen.					
6	Ich kann mit Hilfe des Satzes von Pythagoras den Flächeninhalt einer Figur bestimmen.					
7	Ich kann die Länge einer Raumdiagonalen in einem Würfel berechnen.					
Zusatz-auf-gabe 2	Ich kann zur Berechnung der Länge der Raumdiagonalen in einem Würfel eine Formel aufstellen.					
8	Ich kann Volumen und Oberfläche einer Pyramide berechnen.					
9	Ich kann das Volumen und die Oberfläche eines Kegels berechnen, auch wenn Größen fehlen. Die fehlenden Größen kann ich mit Hilfe des Satzes von Pythagoras oder durch Gleichungsumformung berechnen. Ich kann **formale Elemente** (Variable) der Mathematik einsetzen.					
	Anwenden					
10	Ich kann die Länge einer Seitenkante, das Volumen und die Mantelfläche einer Pyramide berechnen. Ich kann bei einer realitätsbezogenen Aufgabe wichtige Angaben aus einem Text entnehmen. Ich kann eine Anwendungsaufgabe mit Hilfe **mathematischer Modelle** lösen.					
Zusatz-auf-gabe 3	Ich kann eine Formel zur Berechnung der Seitenhöhe und der Seitenkante einer Pyramide aufstellen.					
Zusatz-auf-gabe 4	Ich kann das Schrägbild einer Pyramide skizzieren und die Mantelfläche einer Pyrramide berechnen. Ich kann **mathematische Darstellungen verwenden**.					
Zusatz-auf-gabe 5	Ich kann die Länge der Seitenkante einer Pyramide bestimmen. Ich kann die Summe der ersten 65 Quadratzahlen berechnen.					

Name: Datum:

Strahlensätze
Baustein 1 – Basiswissen - Ähnlichkeit

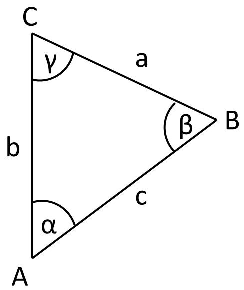
Ich kann bei Dreiecken und anderen ebenen Figuren herausfinden, ob sie zueinander ähnlich sind oder nicht.

BP 2012 Kompetenz Klasse 10		*Die Schülerinnen und Schüler können Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Objekte (wie Symmetrie, Kongruenz, Ähnlichkeit und Lagebeziehung) beschreiben und begründen.*	
Vorkenntnisse		- *Dreiecke konstruieren* - *Winkel messen*	
Erledigt am		**Zeitumfang**	etwa 4 Stunden

Lernmodul Mathematik

Lernweg - Entdecken und Erkunden

Information:
Üblicherweise wird ein Dreieck so beschriftet:



Tipp zu Aufgabe 1:
Konstruktion von Dreiecken:
1. Zeichne zuerst die längste Seite.
2. Trage die anderen beiden Seiten mit dem Zirkel ab.
3. Der Schnittpunkt der beiden Kreisausschnitte ist dann der dritte Eckpunkt des Dreiecks.

1. Konstruiere jeweils auf einem extra Papier Dreiecke mit den unten angegebenen Maßen und schneide sie sauber aus.

	Seite c	*Seite b*	*Seite a*
Dreieck A	12 cm	8 cm	7 cm
Dreieck B	14,4 cm	9,6 cm	8,4 cm
Dreieck C	19,2 cm	11,2 cm	11,2 cm
Dreieck D	8 cm	5,3 cm	4,7 cm
Dreieck E	6 cm	4 cm	3,5 cm

2. Male jedes Dreieck mit einer anderen Farbe an und beschrifte die Winkel und Seiten.

3. Miss nun bei jedem Dreieck die Winkel.

	Winkel α	*Winkel β*	*Winkel γ*
Dreieck A			
Dreieck B			
Dreieck C			
Dreieck D			
Dreieck E			

4. Ein Dreieck passt nicht zu den anderen. Findest du heraus welches? Begründe deine Wahl.

____

____

____

Material:

Geodreieck

Papier

Schere

5. Was fällt dir bei den Winkeln der vier Dreiecken, die zueinander passen auf:

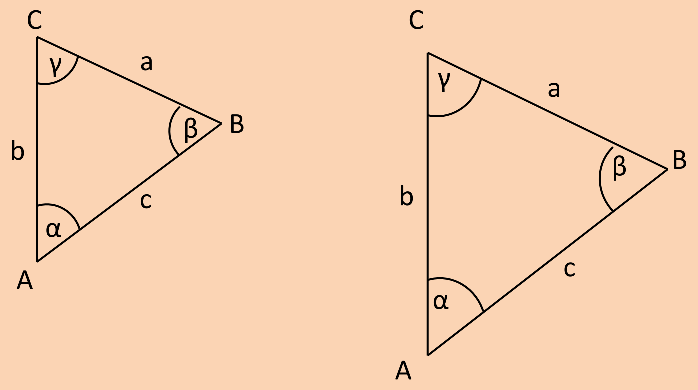
____

____

6. Lege nun die vier zueinander passenden Dreiecke übereinander, so dass das größte unten liegt. Welches Gesamtbild entsteht? Skizziere es hier.

Grundwissen

Zwei Dreiecke, bei denen die entsprechenden Winkel gleich groß sind, nennt man ähnliche Dreiecke.

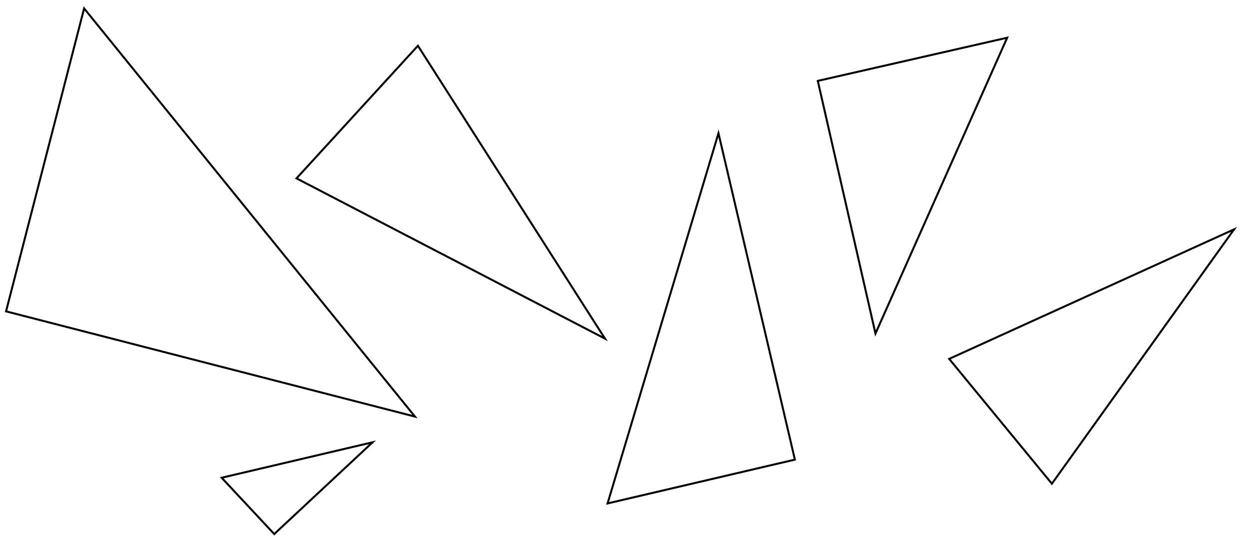


Die Seitenlängen von zwei ähnlichen Dreiecken sind dabei in der Regel verschieden.

Lernweg - Wissen

Aufgabe:

1. Untersuche die Dreiecke auf Ähnlichkeit. Jeweils zwei sind zueinander ähnlich. Markiere die passenden Dreiecke mit derselben Farbe.



2. Konstruiere auf einem extra Blatt Papier ein Dreieck mit c = 8cm, a = 6 cm und b = 5 cm.

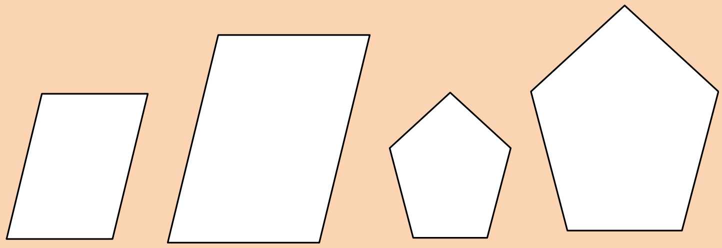
3. Konstruiere zu dem Dreieck aus Aufgabe 2 ein ähnliches kleineres und ein ähnliches größeres Dreieck.

<u>Tipp zu Aufgabe 3:</u>

Ähnliche Dreiecke haben dieselben Winkelmaße; die Seitenlängen sind aber unterschiedlich.

Grundwissen

Auch andere ebene Figuren können zueinander ähnlich sein. Voraussetzung ist ebenfalls, dass einander entsprechende Winkel gleich groß sind.



4. Zeichne selbst zwei zueinander ähnliche Figuren, die keine Dreiecke sind.

5. Überprüfe folgende Behauptungen, indem du Beispiele in dein Heft zeichnest.

- Wenn zwei Dreiecke einen Winkel und eine Seitenlängen gemeinsam haben, dann sind sie ähnlich.
- Wenn zwei Dreiecke zwei gleich große Winkel gemeinsam haben, dann sind sie ähnlich.
- Wenn zwei Dreiecke drei Seitenlängen gemeinsam haben, dann sind sie ähnlich.

Rückblick

Aufgabe aus dem Lernmodul	**Das habe ich mit dieser Aufgabe gelernt:**	Bearbeitet am:	Kontrolliert am:	Das kann ich gut!	Hier habe ich noch Fragen.	Das hat nicht richtig ge-klappt.
Lernweg: Entdecken und Erkunden						
1	Ich kann Dreiecke mit vorgegebenen Maßen konstruieren.					
2	Ich kann die Winkel und Seiten in Dreiecken richtig beschriften.					
3	Ich kann Winkel in Dreiecken messen.					
4	Ich kann Dreiecke vergleichen.					
5	Ich kann Gemeinsamkeiten und Unterschiede bei ähnlichen Dreiecken beschreiben.					
6	Ich kann vorgegebene Dreiecke exakt abzeichnen.					
Lernweg: Wissen						
1	Ich kann Dreiecke auf Ähnlichkeit hin untersuchen.					
2	Ich kann ein Dreieck konstruieren.					
3	Ich kann zu einem vorgegebenen Dreieck ähnliche Dreiecke konstruieren.					
4	Ich kann auch andere Figuren wie Dreiecke auf Ähnlichkeit hin untersuchen.					
5	Ich kann Behauptungen zu ähnlichen Dreiecken überprüfen.					

Name: Datum:

Strahlensätze
Baustein 1: Basiswissen Ähnlichkeit
Lösungen

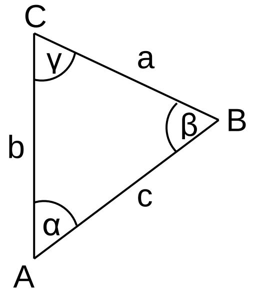
Lernmodul Mathematik

Ich kann bei ebene Figuren, besonders bei Dreiecken, herausfinden, ob sie zueinander ähnlich sind oder nicht

BP 2012 Kompetenz Klasse 10	*Die Schülerinnen und Schüler können Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Objekte (wie Symmetrie, Kongruenz, Ähnlichkeit und Lagebeziehung) beschreiben und begründen.*		
Vorkenntnisse	- *Dreiecke konstruieren* - *Winkel messen*		
Erledigt am		**Zeitumfang**	etwa 4 Stunden

Lernweg - Entdecken und Erkunden

<u>Information</u>:
üblicherweise wird ein Dreieck so beschriftet:



<u>Tipp zu Aufgabe 1:</u>
Konstruktion von Dreiecken:
1. Zeichne zuerst die längste Seite.
2. Trage die anderen beiden Seiten mit dem Zirkel ab.
3. Der Schnittpunkt der beiden Kreisausschnitte ist dann der dritte Eckpunkt des Dreiecks.

<u>Material</u>:

Geodreieck

Papier

Schere

1. Konstruiere jeweils auf einem extra Papier Dreiecke mit den unten angegebenen Maßen und schneide sie sauber aus.

	Seite c	*Seite b*	*Seite a*
Dreieck A	12 cm	8 cm	7 cm
Dreieck B	14,4 cm	9,6 cm	8,4 cm
Dreieck C	19,2 cm	11,2 cm	11,2 cm
Dreieck D	8 cm	5,3 cm	4,7 cm
Dreieck E	6 cm	4 cm	3,5 cm

2. Male jedes Dreieck mit einer anderen Farbe an und beschrifte die Winkel und Seiten.

3. Miss nun bei jedem Dreieck die Winkel

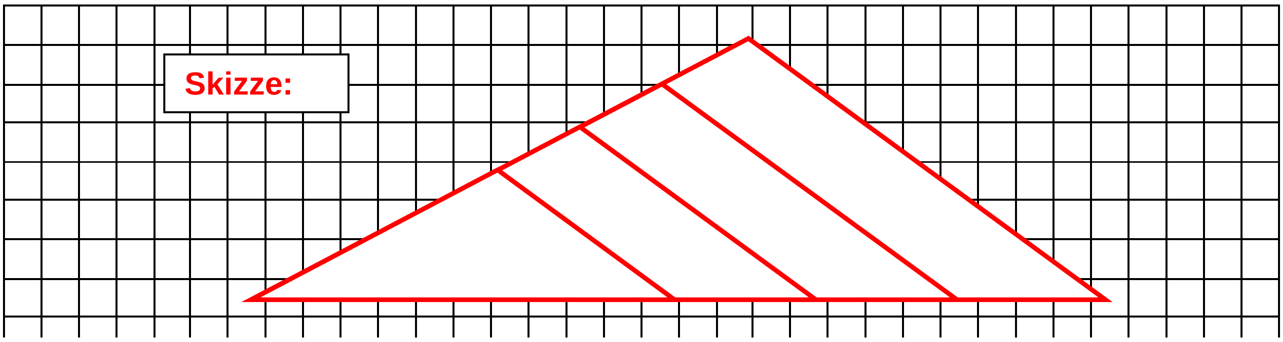
	Winkel α	*Winkel β*	*Winkel γ*
Dreieck A	*35°*	*40°*	*105°*
Dreieck B	*35°*	*40°*	*105°*
Dreieck C	*31°*	*31°*	*118°*
Dreieck D	*35°*	*40°*	*105°*
Dreieck E	*35°*	*40°*	*105°*

4. Ein Dreieck passt nicht zu den anderen. Findest du heraus welches? Begründe deine Wahl.

Dreieck C passt nicht, da bei allen anderen die Winkel ungefähr gleich groß sind. (eigentlich sind die Winkel gleich. Auf Grund von leichten Abweichungen bei der Konstruktion, sowie Messungenauigkeiten können sie aber leicht voneinander abweichen)

5. Was fällt dir bei den Winkeln der vier Dreiecken, die zueinander passen auf:
   sie sind alle gleich groß

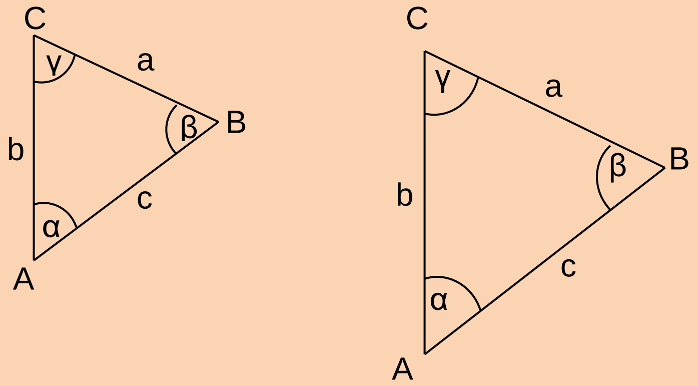
6. Lege nun die vier zueinander passenden Dreiecke übereinander, so dass das größte unten liegt. Was für ein Gesamtbild entsteht. Skizziere es hier.



Wissen

Grundwissen

Zwei Dreiecke, bei denen die entsprechenden Winkel gleich groß sind, nennt man ähnliche Dreiecke.

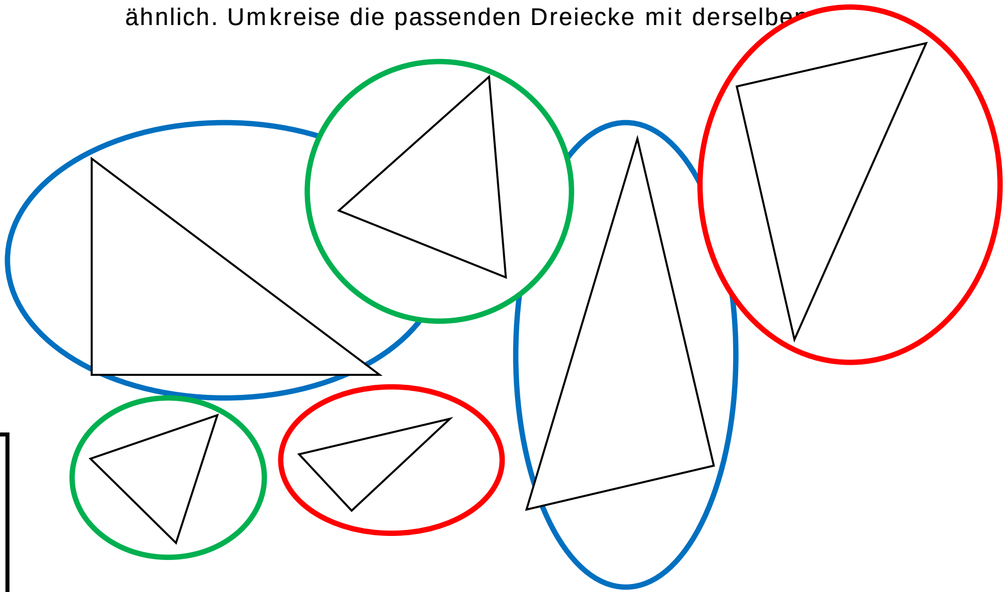


Die Seitenlängen von zwei ähnlichen Dreiecken sind dabei in der Regel verschieden.

Lernweg - Wissen

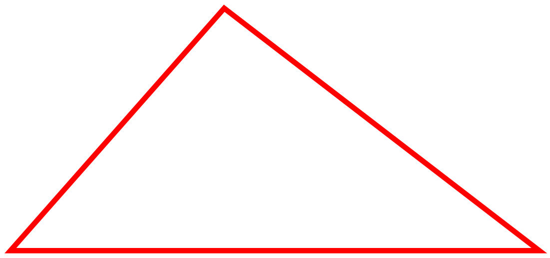
Aufgabe:

1. Untersuche die Dreiecke auf Ähnlichkeit. Jeweils zwei sind zueinander ähnlich. Umkreise die passenden Dreiecke mit derselben

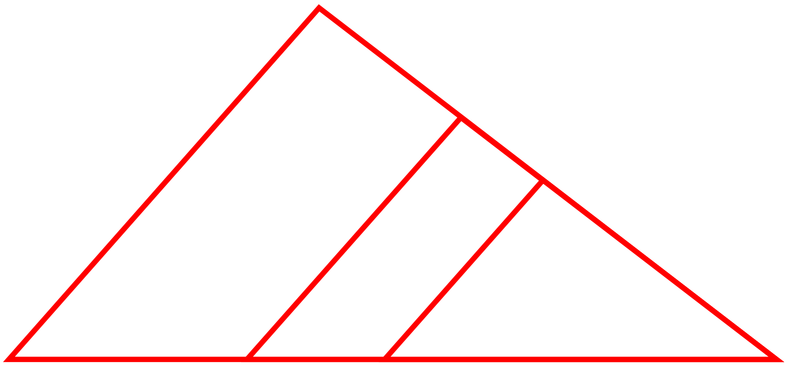


Tipp zu Aufgabe 3: Ähnliche Dreiecke haben dieselben Winkelmaße; die Seitenlängen sind aber unterschiedlich.

2. Konstruiere ein Dreieck mit c = 8cm, a = 6 cm und b = 5 cm.

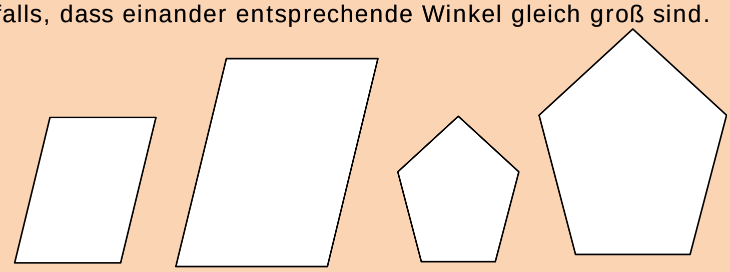


3. Konstruiere zu dem Dreieck aus Aufgabe 2 ein ähnliches kleineres und ein ähnliches größeres Dreieck.



Grundwissen

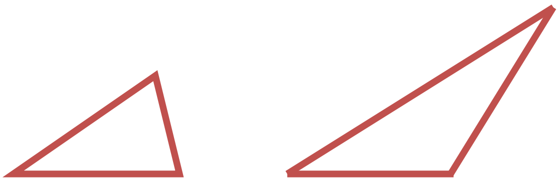
Auch andere ebene Figuren können zueinander ähnlich sein. Voraussetzung ist ebenfalls, dass einander entsprechende Winkel gleich groß sind.



4. Zeichne selbst zwei zueinander ähnliche Figuren, die keine Dreiecke sind.

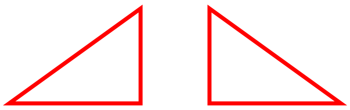
5. Überprüfe folgende Behauptungen, indem du Beispiele in dein Heft zeichnest.

- Wenn zwei Dreiecke einen Winkel und eine Seitenlängen gemeinsam haben, dann sind sie ähnlich.
  Diese Aussage stimmt nicht. Gegenbeispiel:



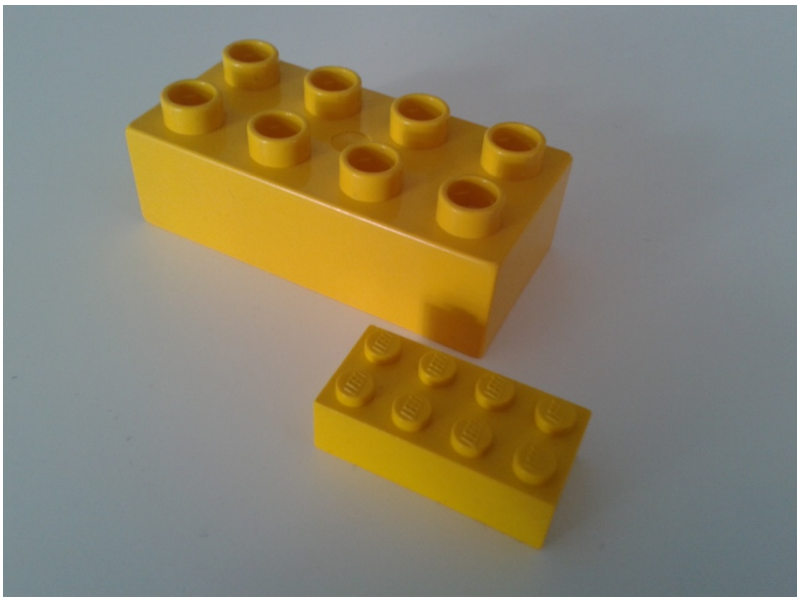
- Wenn zwei Dreiecke zwei Winkel gemeinsam haben, dann sind sie ähnlich.
  Diese Aussage stimmt, da dann alle drei Winkel übereinstimmen und die Voraussetzung für Ähnlichkeit gegeben ist.

- Wenn zwei Dreiecke drei Seitenlängen gemeinsam haben, dann sind sie ähnlich.
  Diese Aussage stimmt nicht. Es gibt Dreiecke (z.B. achsengespiegelte) mit selben Seitenlängen, die nicht ähnlich sind.
  Beispiel:



Rückblick

Aufgabe aus dem Lernmodul	**Das habe ich mit dieser Aufgabe gelernt:**	Bearbeitet am:	Kontrolliert am:	Das kann ich gut!	Hier habe ich noch Fragen.	Das hat noch nicht richtig ge-klappt.
Lernweg: Entdecken und Erkunden						
1	Ich kann Dreiecke mit vorgegebenen Maßen konstruieren.					
2	Ich kann die Winkel und Seiten in Dreiecken richtig beschriften.					
3	Ich kann Winkel in Dreiecken messen.					
4	Ich kann Dreiecke vergleichen.					
5	Ich kann Gemeinsamkeiten und Unterschiede bei ähnlichen Dreiecken beschreiben.					
6	Ich kann vorgegebene Dreiecke exakt abzeichnen.					
Wissen: Aufgaben						
1	Ich kann Dreiecke auf Ähnlichkeit hin untersuchen.					
2	Ich kann ein Dreieck konstruieren.					
3	Ich kann zu einem vorgegebenen Dreieck ähnliche Dreiecke konstruieren.					
4	Ich kann auch andere Figuren wie Dreiecke auf Ähnlichkeit hin untersuchen.					
5	Ich kann Behauptungen zu ähnlichen Dreiecken überprüfen.					



Name: Datum:

Strahlensätze
Baustein 2 – Basiswissen – Zentrische Streckung

Ich kann bei Strecken und ebenen Figuren eine zentrische Streckung durchführen und bei vorgegebenen Bildern und Urbildern den Streckungsfaktor ermitteln.

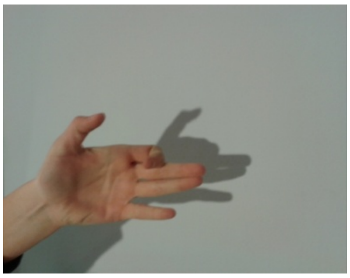
BP 2012 Kompetenz Klasse 10		*Die Schülerinnen und Schüler können Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Objekte (wie Symmetrie, Kongruenz, Ähnlichkeit und Lagebeziehung) beschreiben und begründen.*	
Vorkenntnisse		- *Längen genau messen* - *Zwei zueinander ähnliche Figuren erkennen* *Das Längenverhältnis zweier Seiten angeben* - *Ähnlichkeit*	
Erledigt am		**Zeitumfang**	etwa 4 Stunden

Lernmodul Mathematik

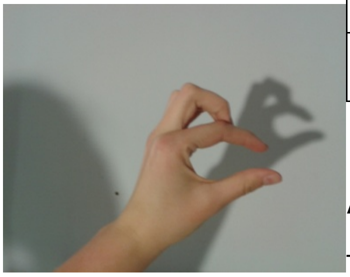
Information:

Schattentiere:


Reh


Hund


Wolf


Strauss

Lernweg – Entdecken und Erkunden

Aufgabe 1

Torben macht mit den Händen Tiere nach, die man als Schatten an der Wand sehen kann.

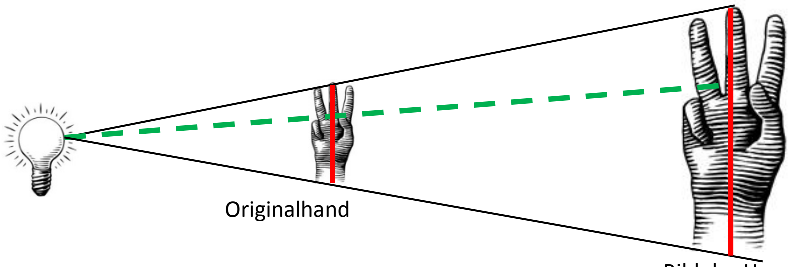
Kreuze in der Tabelle die richtigen Antworten an. Was passiert...

	das Schattentier wird größer	das Schattentier wird kleiner
...wenn Torben seine Hände näher zur Wand rückt?		
...wenn Torben seine Hände näher an das Licht rückt?		
...wenn Torben das Licht näher zu seinen Händen heranzieht?		
...wenn Torben das Licht weiter weg von seinen Händen stellt?		

Wenn du möchtest, kannst du es selbst ausprobieren.

Aufgabe 2

Torben hat sich eine Skizze gemacht, um seine Vermutungen genauer zu überprüfen



①

a) Übertrage die Skizze in dein Heft, miss alle gestrichelten und durchgezogene Streckenlängen aus und beschrifte deine Skizze.

① mit freundlicher Genehmigung von microsoft

b) Wievielmal länger ist die senkrechte Linie bei der Bildhand, als die senkrechte Linie bei der Originalhand? Runde auf eine Stelle nach dem Komma.

____

c) Wievielmal länger ist die gestrichelte Linie von der Lampe zur Bildhand, als die gestrichelte Linie von der Lampe zur Originalhand? Runde auf eine Stelle nach dem Komma.

____

d) Was fällt dir auf?

____

____

e) Stimmen deine Vermutungen auch bei den anderen beiden durchgezogenen Linien?

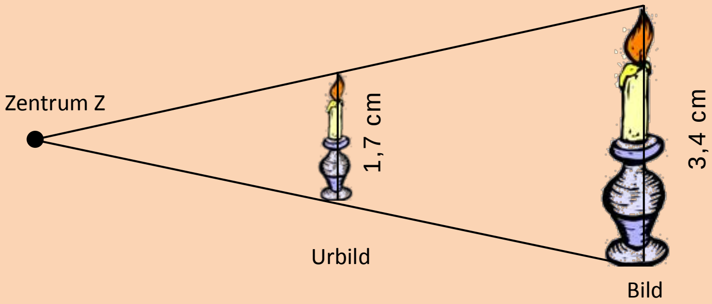
____

____

Grundwissen

Figuren können so abgebildet werden, dass die Form erhalten bleibt, die Größe sich aber ändert. Die beiden Figuren sind sich ähnlich.

Die eigentliche Figur heißt **Urbild**, die Abbildung **Bild.**



Die Vergrößerung geht von einem **Zentrum** aus. Man spricht daher bei solchen Abbildungen auch von einer **zentrischen Streckung**.

Ob sich ein Bild im Vergleich zum Urbild vergrößert oder verkleinert, hängt vom **Streckungsfaktor k** ab.

Der **Streckungsfaktor k** ist der Quotient aus der Größe des Bildes und der Größe des Urbildes

$$k = \frac{\text{Länge einer Strecke im Bild}}{\text{Länge einer Strecke im Urbild}}$$

In unserem Beispiel wird das Urbild mit einer Höhe von 1,7 cm auf ein Bild mit einer Höhe von 3,4 cm vergrößert. Daraus ergibt sich folgender Streckungsfaktor k:

$$k = \frac{3{,}4\text{ cm}}{1{,}7\text{ cm}} = 2$$

<u>Hinweis</u>:

Ist der Streckungsfaktor k

größer als 1 → dann wird das Urbild **vergrößert**.

Ist der Streckungs-faktor k

kleiner als 1 → dann wird das Urbild **verkleinert**.

Lernweg – Üben

Tipps zu Aufgabe 1:

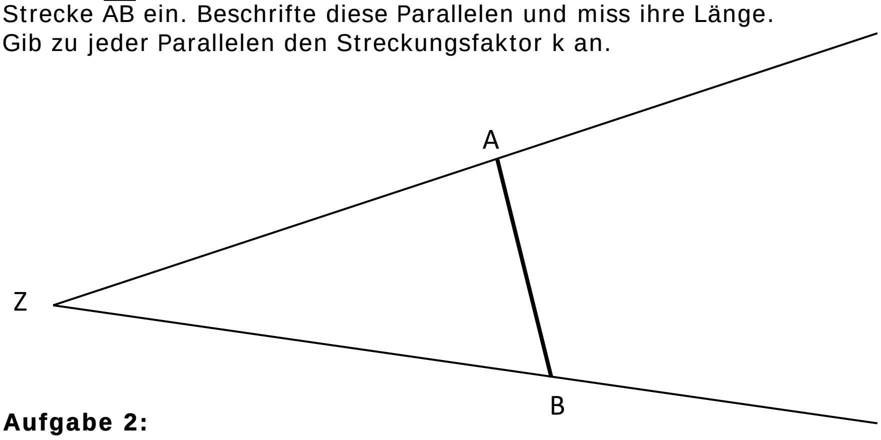
1. Liegt eine Bildstrecke näher am Zentrum als die Urstrecke, dann ist k<1

2. Liegt eine Bildstrecke weiter weg vom Zentrum als die Urstrecke, dann ist k>1.

$$k = \frac{\overline{AB}}{\overline{A`B`}}$$

Aufgabe1:

Zeichne an zwei verschiedenen Stellen Parallelen zur Original-Strecke $\overline{AB}$ ein. Beschrifte diese Parallelen und miss ihre Länge. Gib zu jeder Parallelen den Streckungsfaktor k an.



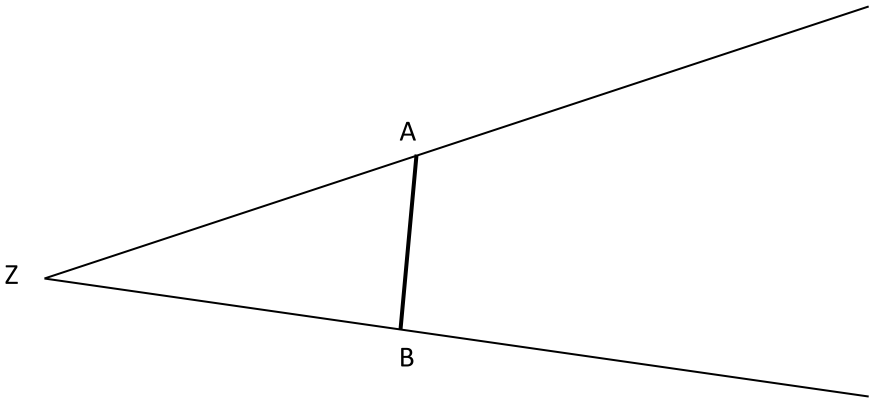
Tipp zu Aufgabe 2:

Berechne zuerst, wie weit der Bildpunkt von A oder B vom Zentrum Z entfernt ist.

Aufgabe 2:

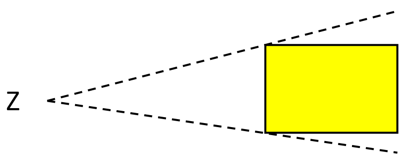
Die Strecke $\overline{AB}$ soll abgebildet werden.

a) Zeichne das Bild der Strecke $\overline{AB}$ parallel zu $\overline{AB}$ mit Streckungsfaktor k = 2 ein.
b) Zeichne das Bild der Strecke $\overline{AB}$ parallel zu $\overline{AB}$ mit Streckungsfaktor k = 0,5 ein.
c) Zeichne das Bild der Strecke $\overline{AB}$ parallel zu $\overline{AB}$ mit Streckungsfaktor k = 1,5 ein.



Aufgabe 3:

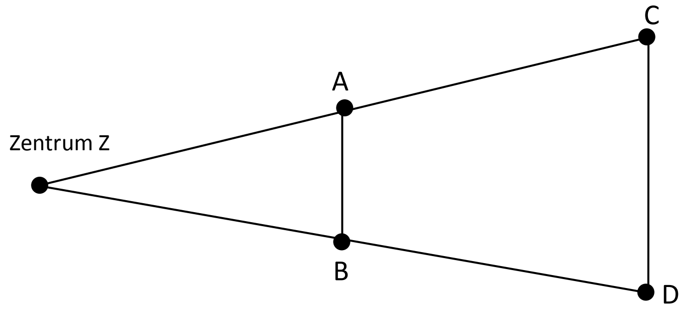
Vergrößere das Rechteck mit dem Streckungsfaktor 3. Verlängere dazu die gestrichelten Linien so weit wie nötig.



Aufgabe 4:

Der Streckungsfaktor gibt an, um das Wievielfache sich ein Urbild $\overline{AB}$ verändert, wenn es mit einer zentrischen Streckung abgebildet wird.

a) Miss in der folgenden Skizze alle möglichen Teilstrecken und beschrifte die Skizze.
b) Bestimme den Streckungsfaktor k für die Abbildung von $\overline{AB}$ auf $\overline{CD}$.



c) Findest du den Streckungsfaktor auch noch woanders als in den Strecken AB und CD?

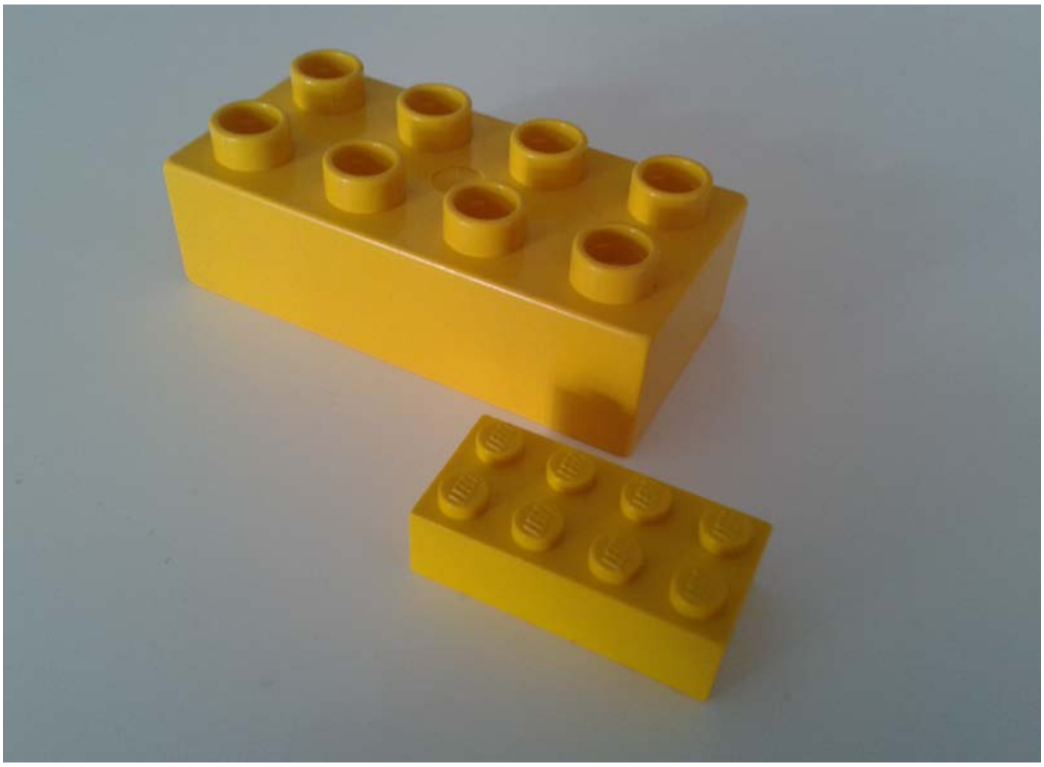
____

____

____

Rückblick

Aufgabe aus dem Lern-modul	**Das habe ich mit dieser Aufgabe gelernt:**	Bearbeitet am:	Kontrolliert am:	Das kann ich gut!	Hier habe ich noch Fragen	Das hat noch nicht richtig ge-klappt
Lernweg - Entdecken und Erkunden						
1	Ich kann Veränderungen bei Abbildungen erkennen.					
2	Ich kann geometrische Zeichnungen genau abzeichnen und die darin enthaltenen Strecken messen.					
3	Ich kann das Längenverhältnis zweier Strecken angeben.					
Lernweg - Wissen						
1	Ich kann den Streckungsfaktor k einer Urstrecke und ihrer Bildstrecke angeben.					
2	Ich kann Parallelen zu einer Strecke AB zeichnen und Strecken messen.					
3	Ich kann mit einem vorgegebenem Streckungsfaktor das Bild einer Urstrecke angeben.					
4	Ich kann ein Rechteck mit einem vorgegebenem Streckungsfaktor vergrößern					
5	Ich kann den Zusammenhang zwischen dem Streckungsfaktor und der Konstruktion einer zentrischen Streckung erkennen.					



Name: Datum:

Strahlensätze
Baustein 2 –
Basiswissen – Zentrische Streckung
Lösungen

Ich kann bei Strecken und ebene Figuren eine zentrische Streckung durchführen und bei vorgegebenen Bildern und Urbildern den Streckungsfaktor ermitteln.

BP 2012 Kompetenz Klasse 10	*Ich kann Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Objekte (wie Symmetrie, Kongruenz, Ähnlichkeit und Lagebeziehung) beschreiben und begründen.*		
Vorkenntnisse	- *Längen genau messen* - *Zwei zueinander ähnliche Figuren erkennen* - *Das Längenverhältnis zweier Seiten angeben*		
Erledigt am		**Zeitumfang**	etwa 4 Stunden

Lernmodul Mathematik

Information:

Schattentiere:


Reh


Hund


Wolf


Strauss

Lernweg – Entdecken und Erkunden

Aufgabe 1

Torben macht mit den Händen Tiere nach, die man als Schatten an der Wand sehen kann.

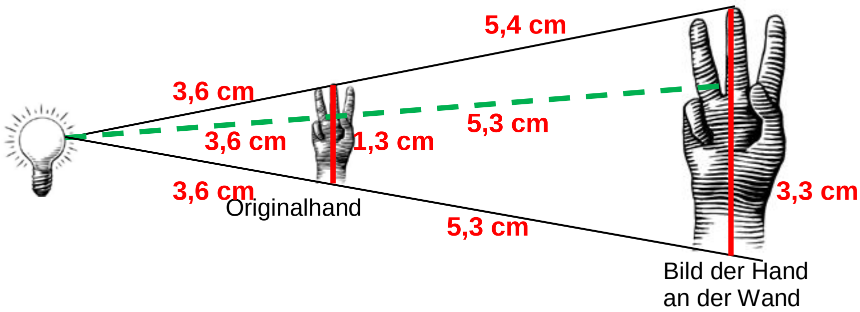
Was passiert...

	das Schattentier wird größer	das Schattentier wird kleiner
...wenn Torben seine Hände näher zur Wand rückt.		x
...wenn Torben seine Hände näher an das Licht rückt.	x	
...wenn Torben das Licht näher zu seinen Händen heranzieht.	x	
...wenn Torben das Licht weiter weg von seinen Händen stellt.		x

Wenn du möchtest, kannst du es selbst ausprobieren

Aufgabe 2

Torben hat sich eine Skizze gemacht, um seine Vermutungen genauer zu überprüfen



a) Übertrage die Skizze in dein Heft, miss alle durchgezogenen und gestrichelten Streckenlängen aus und beschrifte deine Skizze.

b) Wievielmal länger ist die senkrechte Linie bei der Bildhand, als die senkrechte Linie bei der Originalhand? Runde auf eine Stelle nach dem Komma.
3,3 cm : 1,3 cm = 2,5 Die Bildhand ist ungefähr 2,5 mal länger als die Orginalhand

c) Wievielmal länger ist die gestrichelte Linie von der Lampe zur Bildhand, als die gestrichelte Linie von der Lampe zur Originalhand? Runde auf eine Stelle nach dem Komma.
8,9 cm : 3,6 cm = 2,4 Die gestrichelte Linie ist ungefähr 2,5 mal weiter von der Lampe entfernt als die Originalhand

d) Was fällt dir auf?

Das Verhältnis der Vergrößerung ist bei beiden Linien ungefähr gleich.

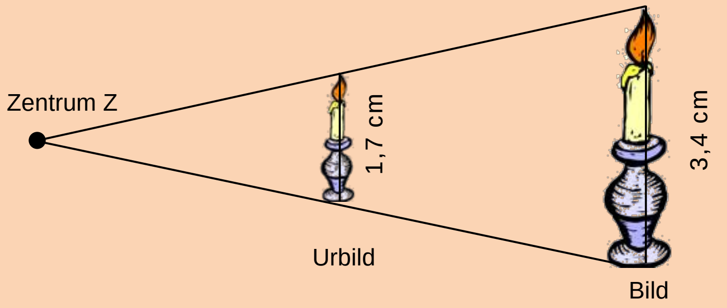
e) Stimmen deine Vermutungen auch bei den anderen beiden durchgezogenen Linien?

Auch hier stimmt das Verhältnis ungefähr.

Grundwissen

Figuren können so abgebildet werden, dass die Form erhalten bleibt, die Größe sich aber ändert. Die beiden Figuren sind sich ähnlich.

Die eigentliche Figur heißt **Urbild**, die Abbildung **Bild.**



Hinweis:
Ist der Streckungsfaktor k **größer als 1** → dann wird das Urbild **vergrößert**.
Ist der Streckungs-faktor k **kleiner als 1** → dann wird das Urbild **verkleinert**.

Die Vergrößerung geht von einem **Zentrum** aus. Man spricht daher bei solchen Abbildungen auch von einer **zentrischen Streckung**.

Ob sich ein Bild im Vergleich zum Urbild vergrößert oder verkleinert, hängt vom **Streckungsfaktor k** ab.

Der **Streckungsfaktor k** ist der Quotient aus der Größe des Bildes und der Größe des Urbildes

$$k = \frac{\text{Länge einer Strecke im Bild}}{\text{Länge einer Strecke im Urbild}}$$

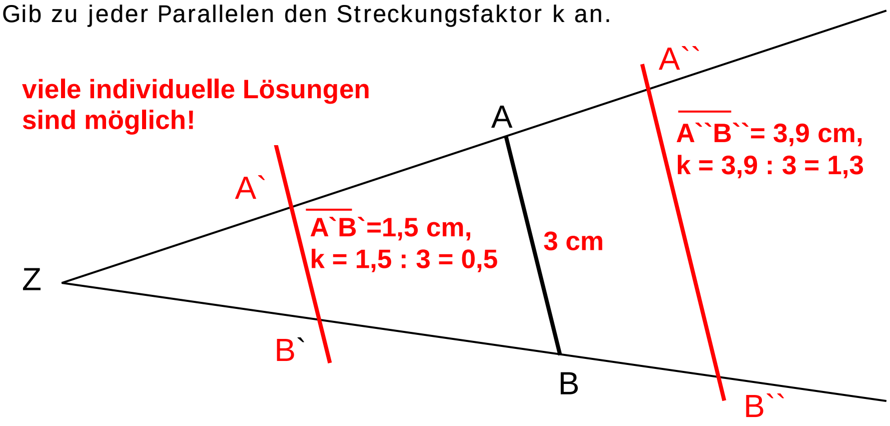
In unserem Beispiel wird das Urbild mit einer Höhe von 1,7 cm auf ein Bild mit einer Höhe von 3,4 cm vergrößert. Daraus ergibt sich folgender Streckungsfaktor k:

$$k = \frac{3{,}4\text{ cm}}{1{,}7\text{ cm}} = 2$$

Lernweg – Üben

Aufgabe1:

Zeichne an zwei verschiedenen Stellen Parallelen zur Original-Strecke AB ein. Beschrifte diese Parallelen und miss ihre Länge.
Gib zu jeder Parallelen den Streckungsfaktor k an.



Tipps zu Aufgabe 1:

1. Liegt eine Bildstrecke näher am Zentrum als die Urstrecke, dann ist k<1

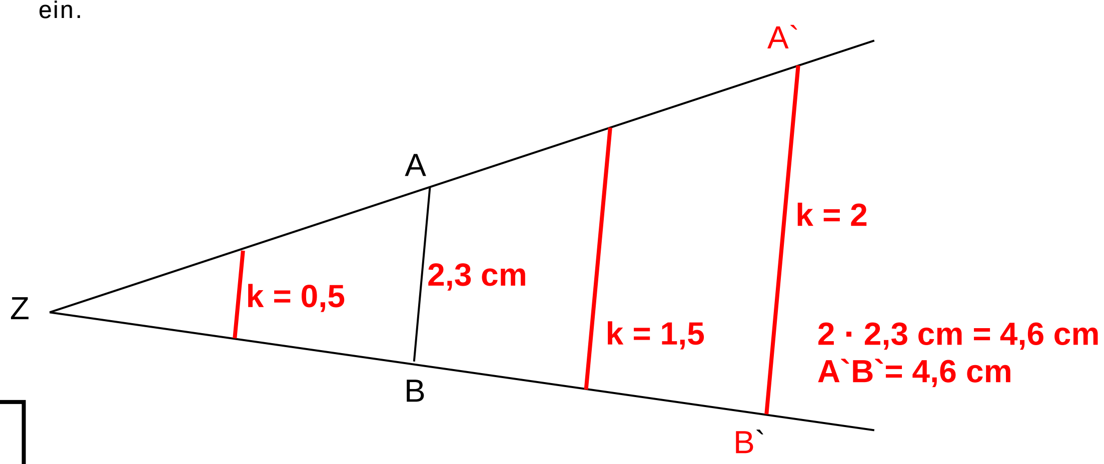
2. Liegt eine Bildstrecke weiter weg vom Zentrum als die Urstrecke, dann ist k>1.

k = $\frac{AB}{A'B'}$

Aufgabe 2:

Die Strecke AB soll abgebildet werden.

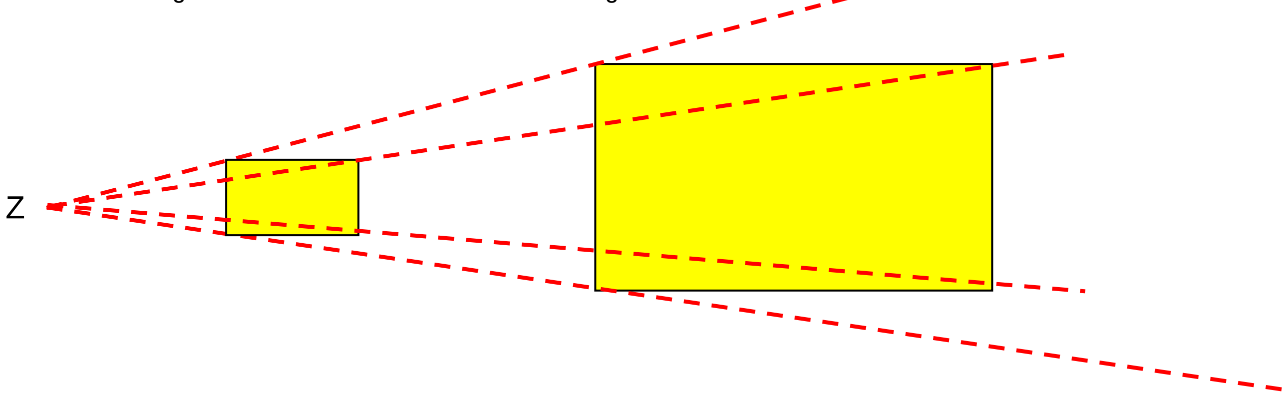
a) Zeichne das Bild der Strecke $\overline{AB}$ parallel zu $\overline{AB}$ mit Streckungsfaktor k = 2 ein.
b) Zeichne das Bild der Strecke $\overline{AB}$ parallel zu $\overline{AB}$ mit Streckungsfaktor k = 0,5 ein.
c) Zeichne das Bild der Strecke $\overline{AB}$ parallel zu $\overline{AB}$ mit Streckungsfaktor k = 1,5 ein.



Tipp zu Aufgabe 2:
Berechne zuerst, wie weit der Bildpunkt von A oder B vom Zentrum Z entfernt ist.

Aufgabe 3:

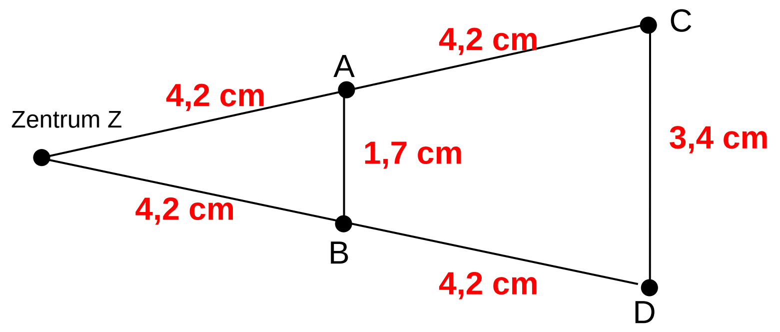
Vergrößere das Rechteck mit dem Streckungsfaktor 3. Verlängere dazu die gestrichelten Linien so weit wie nötig.



Aufgabe 4:

Der Streckungsfaktor gibt an, um das Wievielfache sich ein Urbild $\overline{AB}$ verändert, wenn es mit einer zentrischen Streckung abgebildet wird.

a) Miss in der folgenden Skizze alle möglichen Teilstrecken und beschrifte die Skizze.



b) Bestimme den Streckungsfaktor k für die Abbildung von $\overline{AB}$ auf $\overline{CD}$.

k = 2

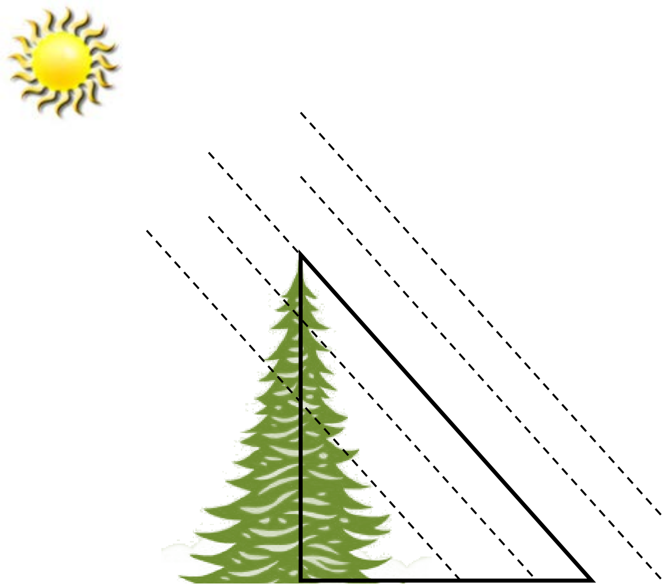
c) Findest du den Streckungsfaktor auch noch woanders als in den Strecken AB und CD?

ZB ist halb so lang wie ZD.

ZA ist halb so lang wie ZC.

Rückblick

Aufgabe aus dem Lern-modul	**Das habe ich mit dieser Aufgabe gelernt:**	Bearbeitet am:	Kontrolliert am:	Das kann ich gut!	Hier habe ich noch Fragen	Das hat noch nicht ge-klappt
Lernweg: Entdecken und Erkunden						
1	Ich kann Veränderungen bei Abbildungen erkennen.					
2	Ich kann geometrische Zeichnungen genau abzeichnen und die darin enthaltenen Strecken messen.					
3	Ich kann das Längenverhältnis zweier Strecken angeben.					
Lernweg: Üben						
1	Ich kann den Streckungsfaktor k einer Urstrecke und ihrer Bildstrecke angeben.					
2	Ich kann mit einem vorgegebenem Streckungsfaktor das Bild einer Urstrecke angeben.					
3	Ich kann ein Rechteck mit einem vorgegebenem Streckungsfaktor vergrößern					
4	Ich kann den Zusammenhang zwischen dem Streckungsfaktor und der Konstruktion einer zentrischen Streckung erkennen.					



Name: Datum:

Strahlensätze
Baustein 3 –
Erkunden und erforschen

Lernmodul Mathematik

Ich kann die Strahlensätze herleiten, sie erklären und mit ihnen fehlende Streckenlängen in ähnlichen Figuren berechnen.

BP 2012 Kompetenz Klasse 10		*Die Schülerinnen und Schüler können Streckenlängen und Winkelgrößen unter Nutzung des Satzes von Pythagoras, der Winkelfunktionen und der Strahlensätze berechnen.*	
Vorkenntnisse		- *Seiten bei Dreiecken genau messen* - *Längenverhältnisse als Dezimalbruch angeben* - *Ähnlichkeit bei Dreiecken erkennen*	
Erledigt am		**Zeitumfang**	etwa 4 Stunden

Lernweg – Entdecken und erforschen

Information:

Zwei Figuren sind ähnlich zueinander, wenn die entsprechenden Winkel gleich groß sind.

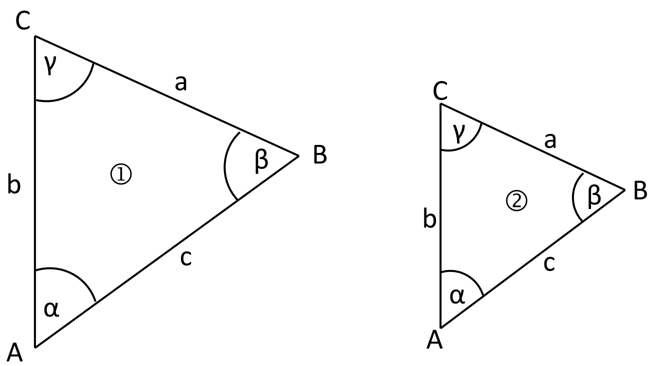
Material:

- Geodreieck

- Taschenrechner

Aufgabe 1

Die beiden unteren Dreiecke sind ähnlich, das heißt, die entsprechenden Winkel sind gleich groß.
Miss mit deinem Geodreieck alle Seitenlängen und trage die Werte in die Tabelle ein.



	Dreieck ①	Dreieck ②
Länge Seite a		
Länge Seite b		
Länge Seite c		

Aufgabe 2

Berechne nun mit den Messungen aus Aufgabe 1 und deinem Taschenrechner die Seitenverhältnisse der beiden Dreiecke.
Gib drei Stellen nach dem Komma an.

Tipp:

Der Bruch $\frac{a}{c}$

gibt das Verhältnis der Seitenlängen von Seite a zu Seite c an, indem man a durch c dividiert.

	Dreieck ①	Dreieck ②
Verhältnis $\frac{a}{c}$		
Verhältnis $\frac{a}{b}$		
Verhältnis $\frac{b}{c}$		
Verhältnis $\frac{c}{a}$		
Verhältnis $\frac{b}{a}$		
Verhältnis $\frac{c}{b}$		

Aufgabe 3

Vergleiche die Ergebnisse in den Zeilen. Was stellst du fest?

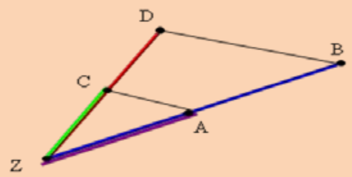
____

____

____

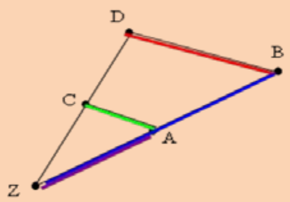
Grundwissen

Wenn zwei Strahlen mit gemeinsamem Zentrum von zwei Parallelen geschnitten werden gilt



1. Strahlensatz:

$$\frac{ZD}{ZC} = \frac{ZB}{ZA}$$



2. Strahlensatz:

$$\frac{BD}{AC} = \frac{ZB}{ZA}$$

Tipp:

Mit dem ersten Strahlensatz lassen sich Abschnitte auf den Strahlen bestimmen.

Mit dem zweiten Strahlensatz lassen sich die Längen der Parallelen bestimmen.

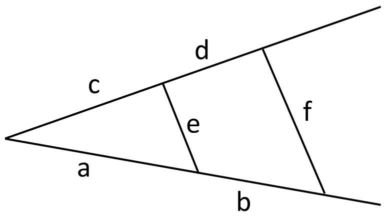
Lernweg - Üben

Aufgabe 4

Die einzelnen Seiten der Strahlensatzfigur sind mit den Buchstaben a bis f bezeichnet. Stelle die beiden Strahlensätze auf, indem du die Buchstaben in die Kästchen einträgst.

1. Strahlensatz

$$\frac{c+d}{\square} = \frac{\square}{\square}$$



2. Strahlensatz

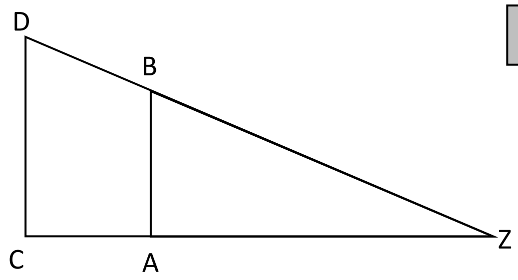
$$\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

Aufgabe 5

Miss die Längen der Seiten und schreibe damit die Strahlensätze auf.

1. Strahlensatz

$$\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$



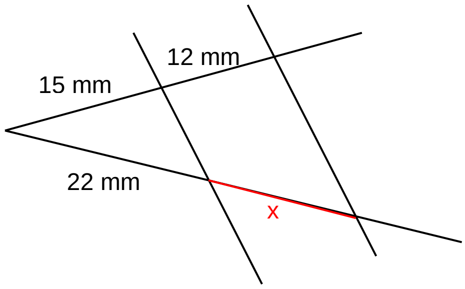
2. Strahlensatz

$$\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

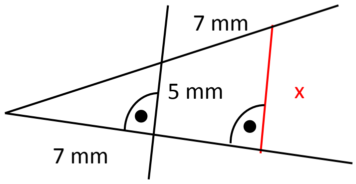
Aufgabe 6

Berechne x.

a)



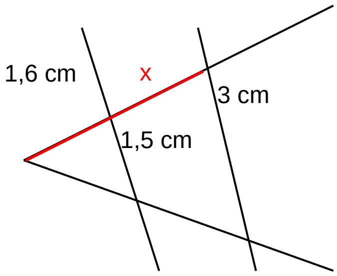
c)



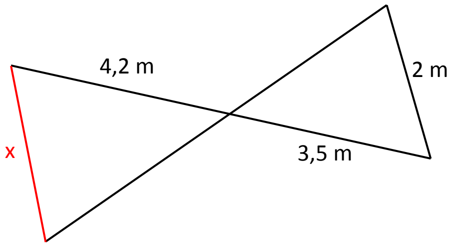
Tipp zu Teil d)

Drehe das kleine Dreieck so, dass es auf dem Großen liegt.

b)

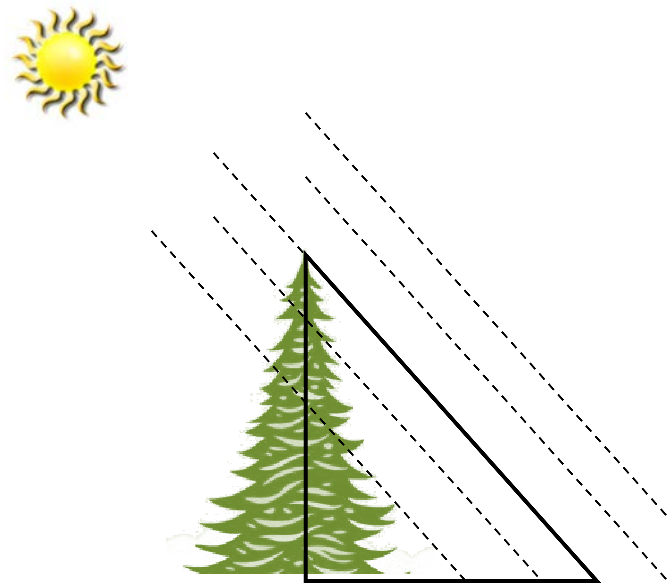


d)



Rückblick

Aufgabe aus dem Lernmodul	**Das habe ich mit dieser Aufgabe gelernt:**	Bearbeitet am:	Kontrolliert am:	Das kann ich gut!	Hier habe ich noch Fragen.	Das hat noch nicht richtig geklappt.
Lernweg: Entdecken und Erkunden						
1	Ich kann Seitenlängen richtig messen.					
2	Ich kann Längenverhältnisse von Seiten als Bruch angeben.					
3	Ich kann Längenverhältnisse von zwei Seiten mit dem Taschenrechner berechnen.					
Lernweg: Üben						
4 und 5	Ich kann in einer Strahlensatzfigur den ersten und zweiten Strahlensatz angeben.					
6	Ich kann mit dem ersten und zweiten Strahlensatz fehlende Seitenlängen in einer Strahlensatzfigur bestimmen.					



Name: Datum:

Strahlensätze
Baustein 3 – Erkunden und erforschen
Lösungen

Ich kann die Strahlensätze herleiten, sie erklären und mit ihnen fehlende Streckenlängen in ähnlichen Figuren berechnen.

BP 2012 Kompetenz Klasse 10		*Die Schülerinnen und Schüler können Streckenlängen und Winkelgrößen unter Nutzung des Satzes von Pythagoras, der Winkelfunktionen und der Strahlensätze berechnen.*	
Vorkenntnisse		- *Seiten bei Dreiecken genau messen* - *Längenverhältnisse als Dezimalbruch angeben* - *Ähnlichkeit bei Dreiecken erkennen*	
Erledigt am		**Zeitumfang**	etwa 4 Stunden

Lernmodul Mathematik

Lernweg – Entdecken und erforschen

Information:

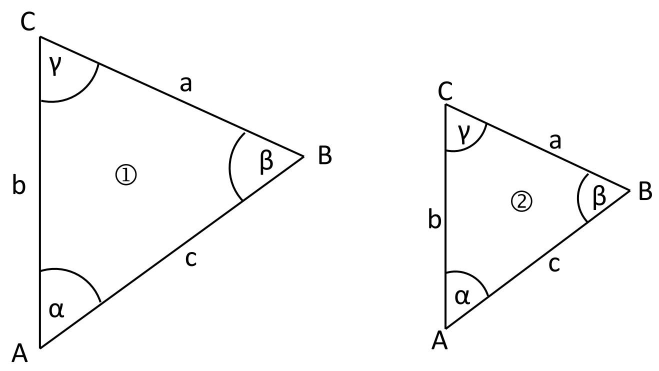
Zwei Figuren sind ähnlich zueinander, wenn die entsprechenden Winkel gleich groß sind.

Material:

- Geodreieck
- Taschenrechner

Aufgabe 1

Die beiden unteren Dreiecke sind ähnlich, das heißt, die entsprechenden Winkel sind gleich groß.
Miss mit deinem Geodreieck alle Seitenlängen und trage die Werte in die Tabelle ein.



	Dreieck ①	Dreieck ②
Länge Seite a	**ca. 3,8 cm**	**ca. 2,7 cm**
Länge Seite b	**ca. 4,1 cm**	**ca. 2,9 cm**
Länge Seite c	**ca. 4,3 cm**	**ca. 3,0 cm**

Aufgabe 2

Berechne nun mit den Messungen aus Aufgabe 1 und deinem Taschenrechner die Seitenverhältnisse der beiden Dreiecke.
Gib drei Stellen nach dem Komma an.

	Dreieck ①	Dreieck ②
Verhältnis $\frac{a}{c}$	**0,884**	**0,9**
Verhältnis $\frac{a}{b}$	**0,927**	**0,931**
Verhältnis $\frac{b}{c}$	**0,953**	**0,967**
Verhältnis $\frac{c}{a}$	**1,132**	**1,111**
Verhältnis $\frac{b}{a}$	**1,079**	**1,074**
Verhältnis $\frac{c}{b}$	**1,049**	**1,034**

Tipp:

Der Bruch $\frac{a}{c}$

gibt das Verhältnis der Seitenlängen von Seite a zu Seite c an, indem man a durch c dividiert.

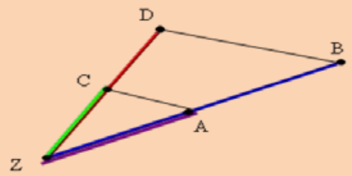
Aufgabe 3

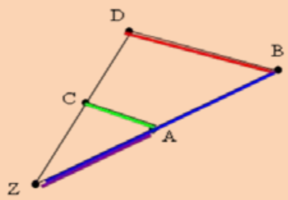
Vergleiche die Ergebnisse in den Zeilen. Was stellst du fest?
Obwohl die Dreiecke nicht gleich, sondern nur ähnlich sind, sind die entsprechenden Seitenlängen im Verhältnis ungefähr gleich.

> *Tipp:*
>
> Du kannst deinen Satz so anfangen:
>
> Obwohl die Dreiecke nicht gleich, sondern nur ähnlich sind …

Grundwissen

Wenn zwei Strahlen mit gemeinsamem Zentrum von zwei Parallelen geschnitten werden gilt





1. Strahlensatz:

$$\frac{ZD}{ZC} = \frac{ZB}{ZA}$$

2. Strahlensatz:

$$\frac{BD}{AC} = \frac{ZB}{ZA}$$

> *Tipp:*
>
> Mit dem ersten Strahlensatz lassen sich Abschnitte auf den Strahlen bestimmen.
>
> Mit dem zweiten Strahlensatz lassen sich die Längen der Parallelen bestimmen.

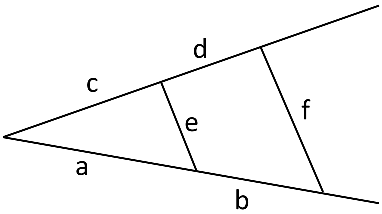
Lernweg - Üben

Aufgabe 4

Die einzelnen Seiten der Strahlensatzfigur sind mit den Buchstaben a bis f bezeichnet. Stelle die beiden Strahlensätze auf, indem du die Buchstaben in die Kästchen einträgst.

1. Strahlensatz

$$\frac{c+d}{c} = \frac{a+b}{a}$$



2. Strahlensatz

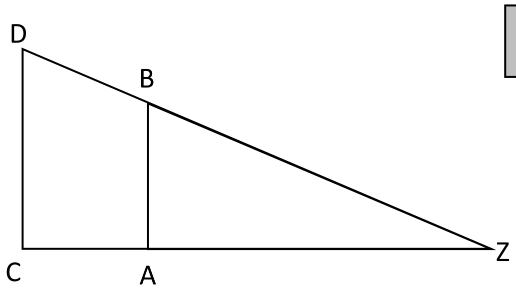
$$\frac{f}{e} = \frac{a+b}{a}$$

Aufgabe 5

Miss die Längen der Seiten und schreibe damit die Strahlensätze auf.

1. Strahlensatz

$$\frac{6{,}2}{4{,}5} = \frac{6{,}7}{4{,}9}$$



2. Strahlensatz

$$\frac{2{,}6}{1{,}9} = \frac{6{,}7}{4{,}9}$$

Länge Strecke ZD: 6,2 cm
Länge Strecke ZC: 4,5 cm
Länge Strecke ZA: 4,9 cm
Länge Strecke ZB: 6,7 cm
Länge Strecke CD: 1,7 cm
Länge Strecke AB: 1,8 cm
Länge Strecke AC: 1,9 cm
Länge Strecke BD: 2,6 cm

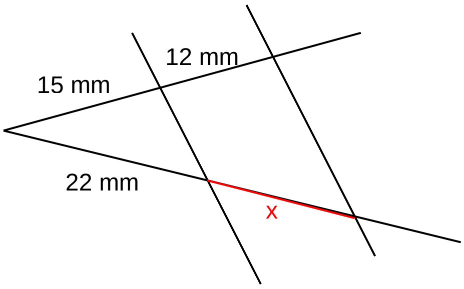
Aufgabe 6

Berechne x.

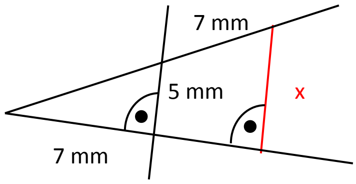
Tipp zu Teil c)

… auch hier kann Pythagoras weiterhelfen.

a)



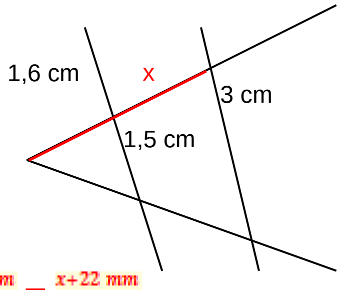
c)



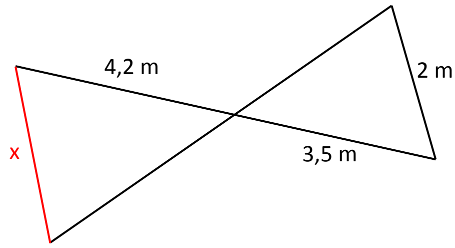
Tipp zu Teil d)

Drehe das kleine Dreieck so, dass es auf dem großen liegt.

b)



d)



a) $\frac{27\ mm}{15\ mm} = \frac{x+22\ mm}{22\ mm}$

$x = 17{,}6\ mm$

b) $\frac{3\ cm}{1{,}5\ cm} = \frac{x+1{,}6cm}{1{,}6cm}$

$x = 1{,}6\ cm$

c) Berechnung der Hypotenuse im kleinen Dreieck:

$a^2 = (7\ mm)^2 + (5\ mm)^2$

$a = 8{,}6\ mm$

$\frac{x}{5\ mm} = \frac{7\ mm + 8{,}6\ mm}{8{,}6\ mm}$

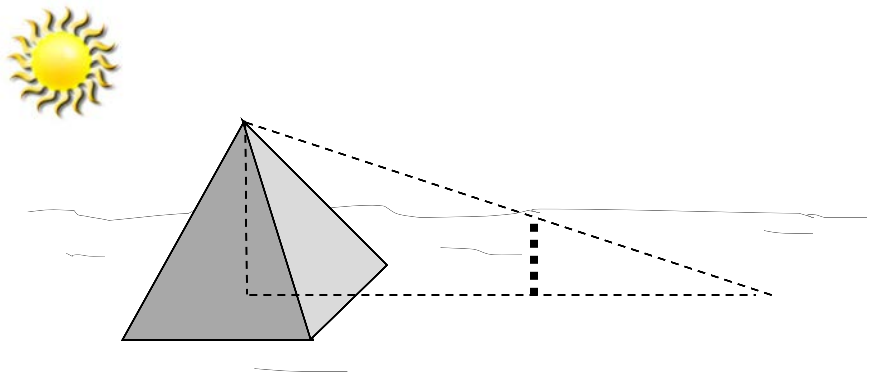
$x = 5\ mm \cdot \frac{7\ mm + 8{,}6\ mm}{8{,}6\ mm} = 9{,}1\ mm$

d) $\frac{x}{2\,m} = \frac{4{,}2\,m}{3{,}5\,m}$

$x = \frac{4{,}2\,m}{3{,}5\,m} \cdot 2\text{ m} = 2{,}4\text{ m}$

Rückblick

Aufgabe aus dem Lernmodul	**Das habe ich mit dieser Aufgabe gelernt:**	Bearbeitet am:	Kontrolliert am:	Das kann ich gut!	Hier habe ich noch Fragen.	Das hat noch nicht richtig geklappt.
Lernweg: Entdecken und Erkunden						
1	Ich kann Seitenlängen richtig messen.					
2	Ich kann Längenverhältnisse von Seiten als Bruch angeben.					
3	Ich kann Längenverhältnisse von zwei Seiten mit dem Taschenrechner berechnen.					
Lernweg: Wissen						
4 und 5	Ich kann in einer Strahlensatzfigur den ersten und zweiten Strahlensatz angeben.					
6	Ich kann mit dem ersten und zweiten Strahlensatz fehlende Seitenlängen in einer Strahlensatzfigur bestimmen.					



Name: Datum:

Lernmodul Mathematik

Strahlensätze
Baustein 4 - Anwendungen

Ich kann mithilfe der Strahlensätze Längen in realen Situationen bestimmen.

BP 2012 Kompetenz Klasse 10		*Die Schülerinnen und Schüler können Streckenlängen und Winkelgrößen unter Nutzung des Satzes von Pythagoras, der Winkelfunktionen und der Strahlensätze berechnen.*	
Vorkenntnisse		- *Skizzen anfertigen* - *Strahlensätze* - *Bruchrechnen*	
Erledigt am		**Zeitumfang**	etwa 4 Stunden

Tipp!

Folgende Schritte helfen dir eine Anwendungsaufgabe zu lösen:

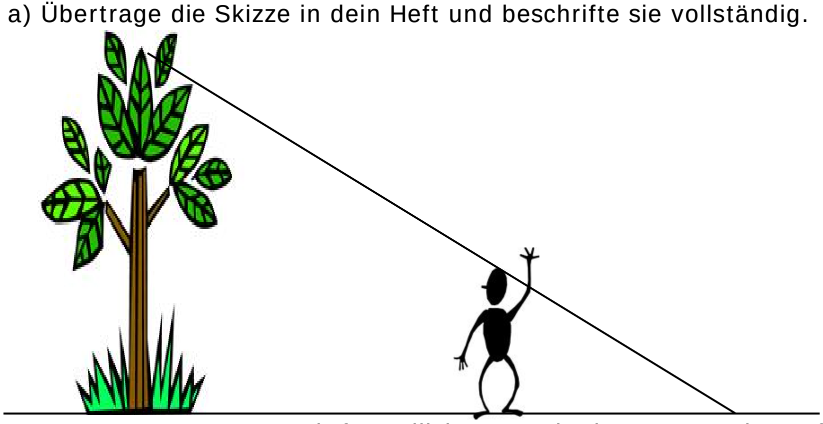
1. Lies die Aufgabe aufmerksam durch. Betrachte die Zeichnung genau.
2. Fertige eine eigene Skizze an und beschrifte sie mit allen Größenangaben, die du im Text oder in Grafiken findest.
3. Markiere die gesuchte Größe in der Skizze deutlich.
4. Überlege, welche Werkzeuge aus dem Mathematikunterricht dir bei der Lösung helfen (Pythagoras, Strahlensatz,...)
5. Berechne die gesuchte Größe.

Lernweg Anwenden

Aufgabe 1:

Ein Förster muss die Höhe von Bäumen ermitteln und macht sich dazu eine Skizze. Er misst die Länge seines Schattens mit 3,20 m. Der Förster selbst ist 1,85 m groß. Die Länge des Schattens vom Baum misst er mit 26 m.

a) Übertrage die Skizze in dein Heft und beschrifte sie vollständig.



© mit freundlicher Genehmigung von microsoft

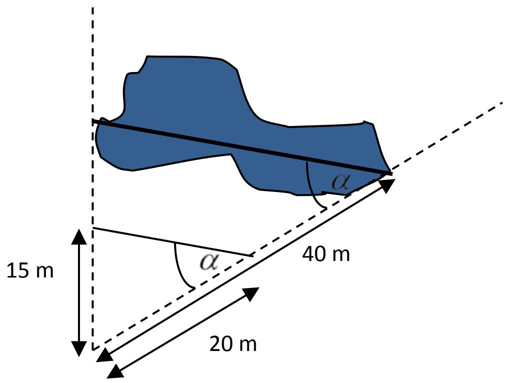
b) Wie hoch ist der Baum? Vervollständige den Strahlensatz und beantworte die Frage.

$$\frac{\boxed{1{,}85\text{ m}}}{\boxed{3{,}2\text{ m}}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

c) Wie weit würde der Förster bei gleichem Sonnenstand von einem 40 m hohen Baum entfernt stehen. Fertige eine neue Skizze an, beschrifte sie und berechne die gesuchte Entfernung.

Aufgabe 2:

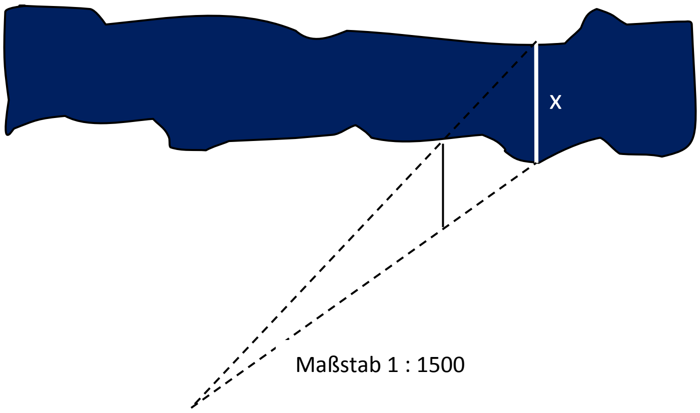
a) Berechne die Breite des Teichs.



Information:

Mit den Strahlensätzen lassen sich Entfernungen berechnen, die man in der Natur nicht mit Maßbändern messen könnte, zum Beispiel die Breite eines Gewässers.

b) Berechne die Breite x des Flusses. Entnimm dazu die Maße mit dem Lineal aus der Karte. Beachte den Maßstab.



Tipp:

Maßstab 1 : 1500 bedeutet: 1 cm in der Skizze sind 1500 cm in der Realität

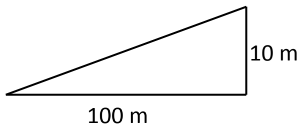
Aufgabe 3:

a) Zwei Orte sind Luftlinie 3 km voneinander entfernt. Welchen Höhenunterschied hat man zwischen den Orten zurückgelegt, wenn die Straße mit einem Schild „12 %-Steigung“ gekennzeichnet ist?
Fertige eine Skizze an.

b) Was würde auf einem Straßenschild stehen, wenn zwischen zwei Orten, die 2500 m Luftlinie voneinander entfernt sind, ein Höhenunterschied von 375 m überwunden wird?

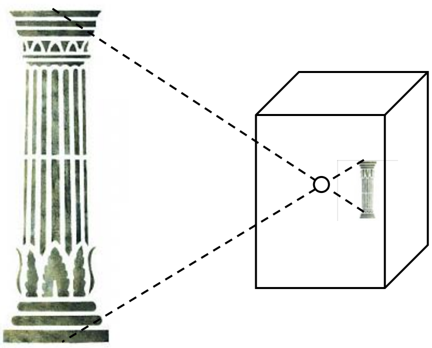
Information zu Aufgabe 3:

bedeutet:

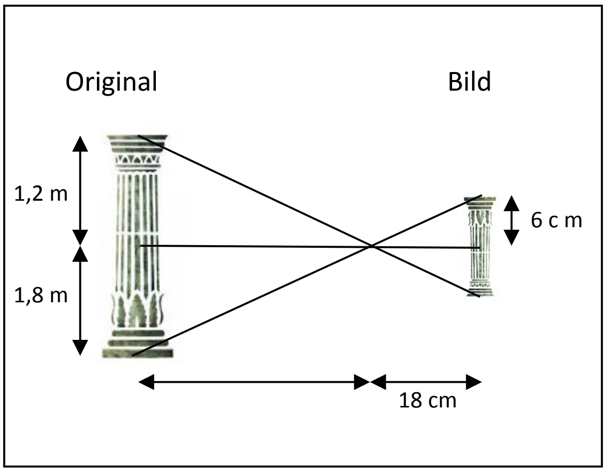


Aufgabe 4:

Eine Lochkamera bildet die Originale durch ein kleines Loch umgekehrt auf der Rückwand der Kamera ab.



Skizze:



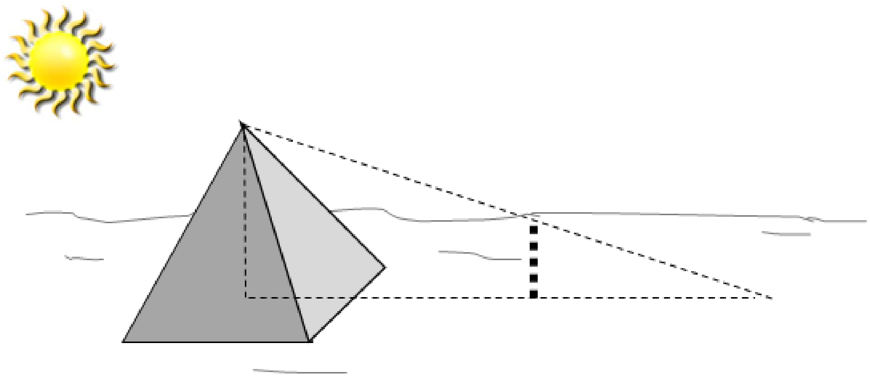
a) Wie weit steht die Säule von der Kamera entfernt?

b) Wie hoch ist eine andere Säule bei gleichem Kameraabstand in echt, wenn das Bild 12 cm hoch ist?

c) Wie hoch wäre das Bild der Säule aus der Aufgabe a), wenn die Kamera 8 m von der Originalsäule entfernt stehen würde?

Rückblick

Aufgabe aus dem Lern-modul	**Das habe ich mit dieser Aufgabe gelernt:**	Bearbeitet am:	Kontrolliert am:	Das kann ich gut!	Hier habe ich noch Fragen.	Das hat noch nicht ge-klappt
Lernweg - Anwenden						
1 a	Ich kann Skizzen mit Angaben aus dem Text vollständig beschriften					
1 b	ich kann den Strahlensatz umformen und eine fehlende Größe berechnen.					
1 c und 3	Ich kann eine Skizze selbstständig anfertigen und mit ihrer Hilfe den Strahlensatz aufstellen.					
2	Ich kann Angaben aus Skizzen entnehmen und mit Hilfe der Strahlensätze Sachfragen beantworten.					
4 a	Ich kann mit Hilfe der Strahlensätze fehlende Längen berechnen.					
4 b und c	Ich kann Strahlensätze aufstellen und damit Fragen beantworten					



Name: Datum:

Strahlensätze
Baustein 4 – Anwendungen
Lösungen

Ich kann mithilfe der Strahlensätze Längen in realen Situationen bestimmen

BP 2012 Kompetenz Klasse 10		*Die Schülerinnen und Schüler können Streckenlängen und Winkelgrößen unter Nutzung des Satzes von Pythagoras, der Winkelfunktionen und der Strahlensätze berechnen.*	
Vorkenntnisse		- *Skizzen anfertigen* - *Strahlensätze* - *Bruchrechnen*	
Erledigt am		**Zeitumfang**	etwa 4 Stunden

Lernmodul Mathematik

Tipp!

Folgende Schritte helfen dir eine Anwendungsaufgabe zu lösen:

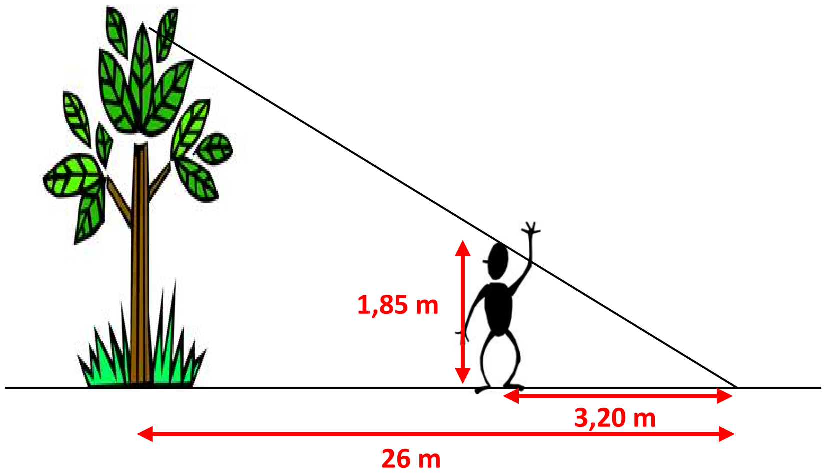
1. Lies die Aufgabe aufmerksam durch. Betrachte die Zeichnung genau.
2. Fertige eine eigene Skizze an und beschrifte sie mit allen Größenangaben, die du im Text oder in Grafiken findest.
3. Markiere die gesuchte Größe in der Skizze deutlich.
4. Überlege, welche Werkzeuge aus dem Mathematikunterricht dir bei der Lösung helfen (Pythagoras, Strahlensatz,...)
5. Berechne die gesuchte Größe.

Lernweg - Anwenden

Aufgabe 1:

Ein Förster muss die Höhe von Bäumen ermitteln und macht sich dazu eine Skizze. Er misst die Länge seines Schattens mit 3,20 m. Der Förster selbst ist 1,85 m groß. Die Länge des Schattens vom Baum misst er mit 26 m.

a) Übertrage die Skizze in dein Heft und beschrifte sie vollständig.



b) Wie hoch ist der Baum? Vervollständige den Strahlensatz und beantworte die Frage.

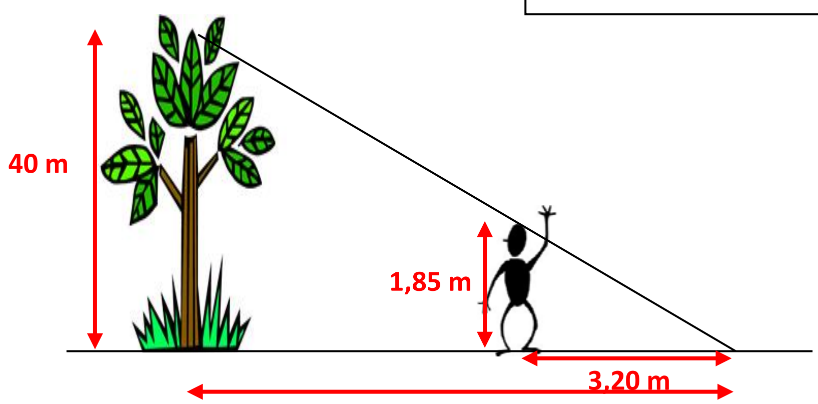
$$\frac{1{,}85\text{ m}}{3{,}2\text{ m}} = \frac{\text{Höhe d}}{26\text{ m}}$$

Der Baum ist ca. 15 m hoch

c) Wie weit würde der Förster bei gleichem Sonnenstand von einem 40 m hohen Baum entfernt stehen. Fertige eine neue Skizze an, beschrifte sie und berechne die gesuchte Entfernung.

$$\frac{1{,}85\text{ m}}{3{,}2\text{ m}} = \frac{40\text{ m}}{\text{Schatten}}$$

Der Schatten des Baums wäre ca. 69,2 m lang. Damit steht der Förster ca. 66 m vom Baum entfernt.

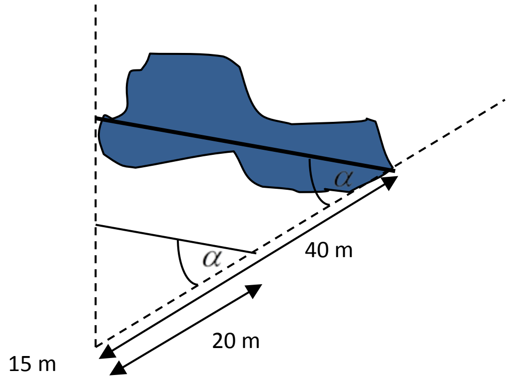


Information:

Mit den Strahlensätzen lassen sich Entfernungen berechnen, die man in der Natur nicht mit Maßbändern messen könnte, zum Beispiel die Breite eines Gewässers.

Aufgabe 2:

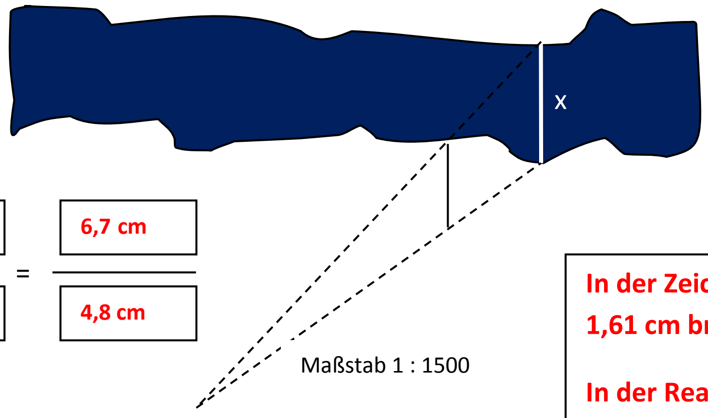
a) Berechne die Breite des Teichs.



$$\frac{40\text{ m}}{20\text{ m}} = \frac{\text{Breite}}{15\text{ m}}$$

Der Teich ist 30 m breit.

b) Berechne die Breite x des Flusses. Entnimm dazu die Maße mit dem Lineal aus der Karte. Beachte den Maßstab.



Tipp:

Maßstab 1 : 1500 bedeutet: 1 cm in der Skizze sind 1500 cm in der Realität

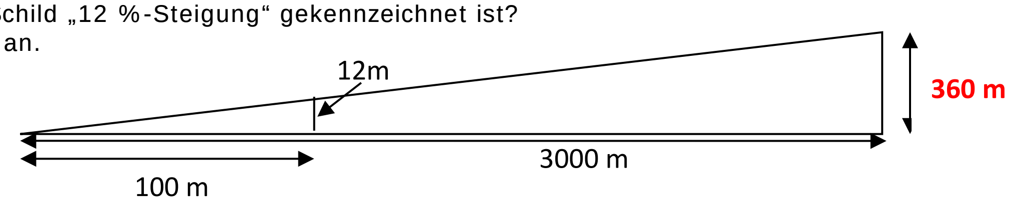
$$\frac{x}{1{,}2\text{ cm}} = \frac{6{,}7\text{ cm}}{4{,}8\text{ cm}}$$

In der Zeichnung ist der Fluss 1,61 cm breit.

In der Realität sind dies 2415 cm oder 24,15 m.

Aufgabe 3:

a) Zwei Orte sind Luftlinie 3 km voneinander entfernt. Welchen Höhenunterschied hat man zwischen den Orten zurückgelegt, wenn die Straße mit einem Schild „12 %-Steigung" gekennzeichnet ist?
Fertige eine Skizze an.



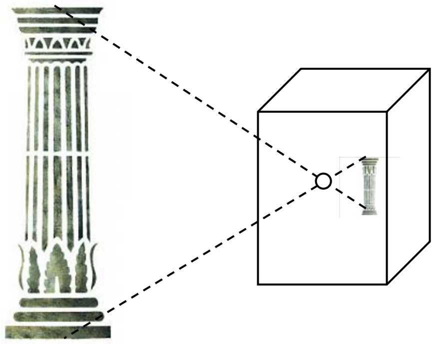
$$\frac{3000\text{ m}}{100\text{ m}} = \frac{x}{12\text{ m}}$$

b) Was würde auf einem Straßenschild stehen, wenn zwischen zwei Orten, die 2500 m Luftlinie voneinander entfernt sind, ein Höhenunterschied von 375 m überwunden wird?

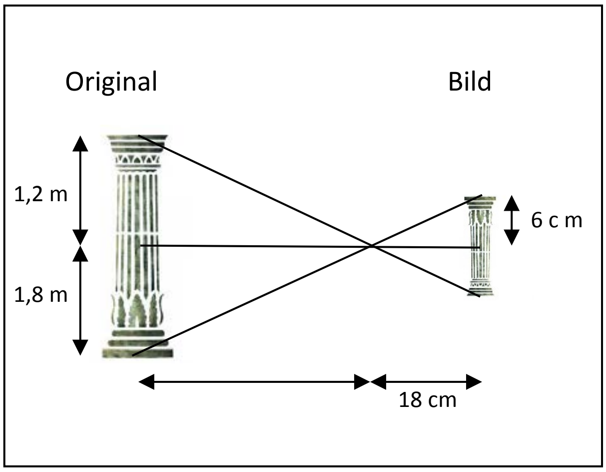
p% = 375 mal 100 : 2500 = 15 %

Aufgabe 4:

Eine Lochkamera bildet die Originale durch ein kleines Loch umgekehrt auf der Rückwand der Kamera ab.



Skizze:



a) Wie weit steht die Säule von der Kamera entfernt?

$$\frac{\text{Entfernung}}{18\text{ cm}} = \frac{1{,}8\text{ m}}{6\text{ cm}}$$

Die Säule steht 5,4 m von der Kamera entfernt.

b) Wie hoch ist eine andere Säule bei gleichem Kameraabstand in echt, wenn das Bild 12 cm hoch ist?

$$\frac{540\text{ cm}}{18\text{ cm}} = \frac{x}{12\text{ cm}}$$

Diese Säule wäre 3,60 m hoch.

c) Wie hoch wäre das Bild der Säule aus der Skizze, wenn die Kamera 8 m von der Originalsäule entfernt stehen würde?

$$\frac{800\text{ cm}}{18\text{ cm}} = \frac{300\text{ cm}}{x}$$

6,75 cm

Rückblick

Aufgabe aus dem Lern-modul	**Das habe ich mit dieser Aufgabe gelernt:**	Bearbeitet am:	Kontrolliert am:	Das kann ich gut!	Hier habe ich noch Fragen.	Das hat noch nicht ge-klappt.
Lernweg - Anwenden						
1 a	Ich kann Skizzen mit Angaben aus dem Text vollständig beschriften					
1 b	ich kann den Strahlensatz umformen und eine fehlende Größe berechnen.					
1 c und 3	Ich kann eine Skizze selbstständig anfertigen und mit ihrer Hilfe den Strahlensatz aufstellen.					
2	Ich kann Angaben aus Skizzen entnehmen und mit Hilfe der Strahlensätze Sachfragen beantworten.					
4 a	Ich kann mit Hilfe der Strahlensätze fehlende Längen berechnen.					
4 b und c	Ich kann Strahlensätze aufstellen und damit Fragen beantworten					

Name: Datum:

Winkelfunktionen
Baustein 1:
Sinus - Entdecken und erkunden

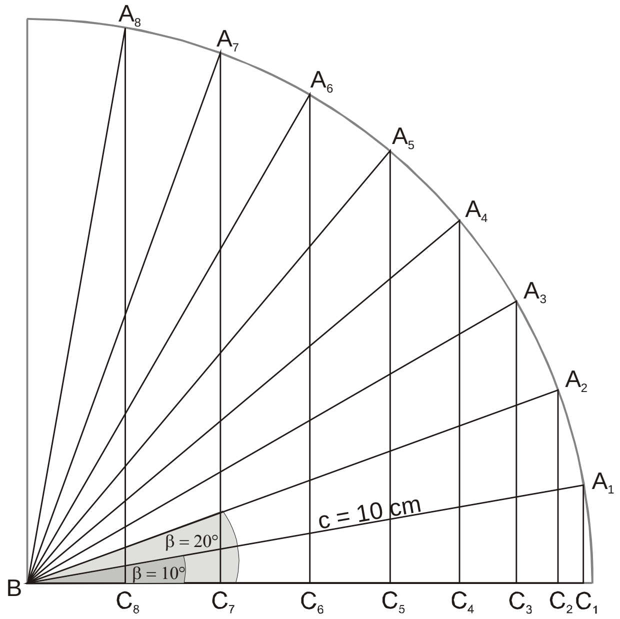
Ich kann über die Seitenverhältnisse am Einheitskreis fehlende Seitenlängen im rechtwinkligen Dreieck näherungsweise ermitteln.
Mit diesem Wissen kann ich mit einem selbstgebauten Höhenmesser die Höhe von Gebäuden ermitteln.

BP 2012 Kompetenz Klasse 10	*Die Schülerinnen und Schüler können den Zusammenhang zwischen Seitenverhältnissen und Winkeln in Dreiecken erklären und trigonometrische Funktionen für Berechnungen nutzen.*		
Vorkenntnisse	- *Strecken genau messen können* - *Dreiecke erkennen* - *Beschriftung der Dreiecke kennen*		
Erledigt am		**Zeitumfang**	etwa 4 Stunden

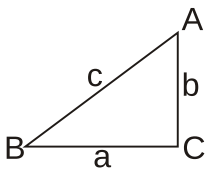
Lernmodul Mathematik

Lernweg – Entdecken und erkunden

In den Viertelkreis mit Radius c = 10 cm wurden für $\beta = 10°;\ 20°;...;80°$ rechtwinklige Dreiecke eingezeichnet.



Tipp zu Aufgabe 1



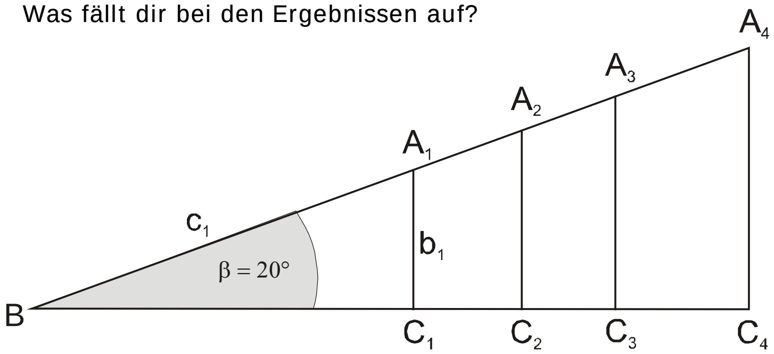
Aufgabe 1
Zeichne in den Dreiecken $A_1B\ C_1$ bis $A_8B\ C_8$ jeweils die Strecke b grün ein.

Aufgabe 2
Miss in allen Dreiecken die Länge der Strecke b. Trage das Maß für b in die Tabelle ein.

Aufgabe 3
Berechne den Quotienten $\frac{b}{c}$ und trage das Ergebnis in die Tabelle ein.

Dreieck	β	**b (in cm)**	**c (in cm)**	$\frac{b}{c}$
$A_1B\ C_1$	10°	1,7	10	0,17
$A_2B\ C_2$	20°		10	
$A_3B\ C_3$	30°		10	
$A_4B\ C_4$	40°		10	
$A_5B\ C_5$	50°		10	
$A_6B\ C_6$	60°		10	
$A_7B\ C_7$	70°		10	
$A_8B\ C_8$	80°		10	

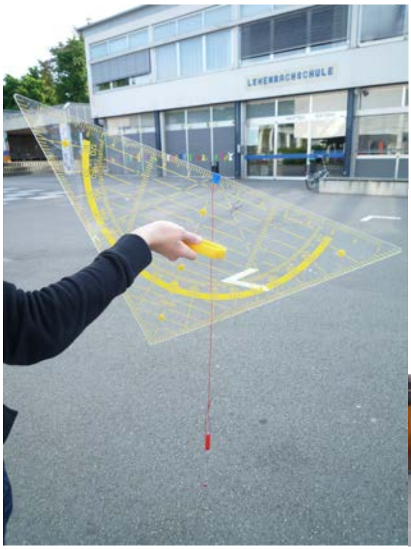
Aufgabe 4
Berechne für die vier Dreiecke $A_1B\ C_1$ bis $A_4B\ C_4$ den Quotienten $\frac{b}{c}$.
Was fällt dir bei den Ergebnissen auf?



Höhenwinkelmesser bauen und anwenden

Baue einen Höhenwinkelmesser mit den angegebenen Materialien

Material:
Großes Geodreieck, Schnur, Klebestreifen, Kugelschreiber als Gewicht, Rollmaßband

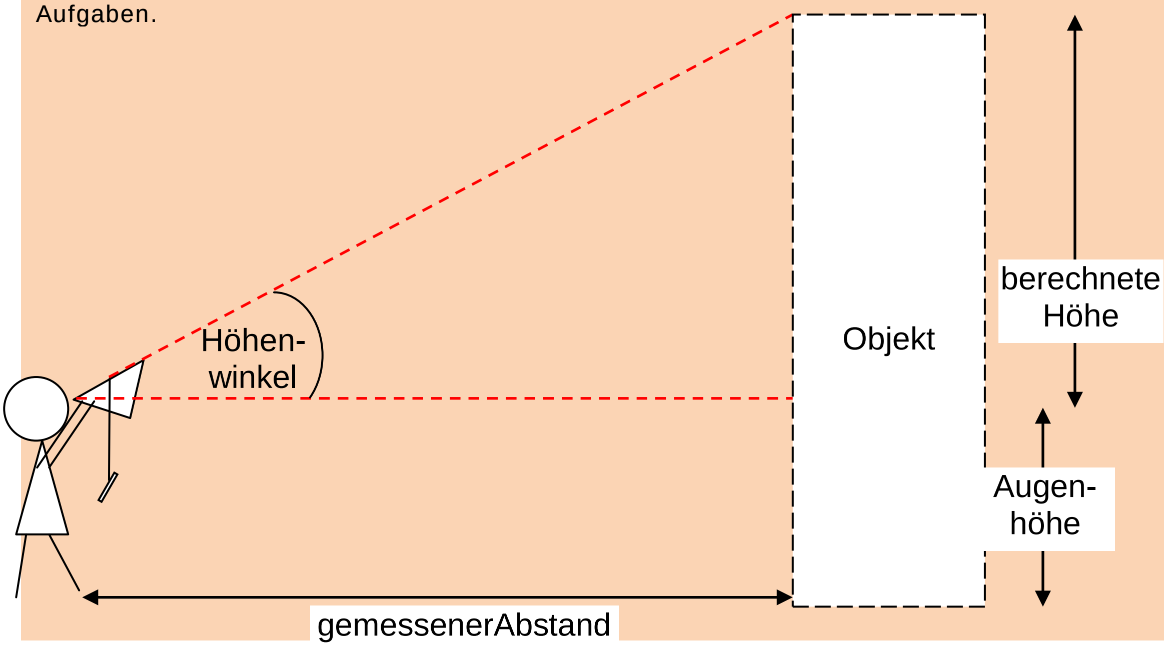


<u>*Tipp*</u>

Auch das Bild auf Seite 1 kann dir helfen.

GRUNDWISSEN

Skizzen, in die man bekannte Maße einträgt, helfen bei der Lösung von Aufgaben.



<u>*Tipp zu Aufgabe 6*</u>
Skizzen helfen:
Fertige zu den Aufgaben 5 und 6 Skizzen von deinen Messungen an und trage die bekannten Maße in die Skizzen ein.
Mit der Tabelle auf Seite 2 kannst du bei deinen Messungen die fehlenden Größen näherungsweise bestimmen.

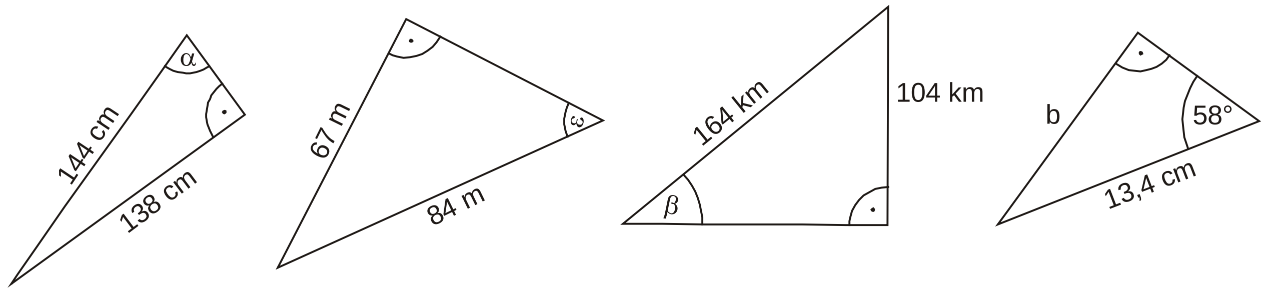
Aufgabe 5

- Gehe auf den Schulhof und suche dir 4 Objekte zum Vermessen aus.
- Miss den Abstand zum Objekt mit einem Rollmaßband und trage ihn in die Tabelle ein.
- Ermittle mit deinem Höhenwinkelmesser den Winkel zur Objektoberkante und trage ihn in die Tabelle ein.
- Ermittle den Faktor für den Winkel, nimm dazu die Tabelle zum Einheitskreis auf Seite 2 zur Hilfe.
- Berechne die Höhe (Abstand mal Faktor) und addiere in der letzten Spalte deine Augenhöhe. Nun hast du die Objekthöhe näherungsweise ermittelt.

Objekt	**Abstand**	**Gemessener Winkel**	**Faktor für Winkel**	**Höhe= Abstand mal Faktor**	**Berechnete Höhe + Augenhöhe**

Aufgabe 6
Ruben steht 20 Meter von seinem Schulgebäude entfernt. Er hat mit seinem selbst gebauten Höhenwinkelmesser zur Oberkante einen Winkel von 54° gemessen.
Wie hoch ist sein Schulgebäude ungefähr?

Aufgabe 7
Mit der Tabelle von Seite 2 kannst du die fehlenden Winkel und Längen der Dreiecke näherungsweise bestimmen.



Rückblick

Aufgabe aus dem Lern-modul	**Das habe ich mit dieser Aufgabe gelernt:**	Bearbeitet am:	Kontrolliert am:	Das kann ich gut!	Hier habe ich noch Fragen.	Das hat noch nicht richtig geklappt.
	Lernweg – Entdecken und erkunden					
1,2,3	Ich kann die Winkelfunktionen anhand eines Einheitsviertelkreises experimentell ermitteln.					
4	Ich kann für ähnliche Dreiecke zeigen, dass deren Seitenverhältnis immer gleich ist.					
5,6	Ich kann mit Hilfe eines einfachen Höhenmessers Winkel und Höhen im Gelände bestimmen.					
7	Ich kann an vorgegebenen rechtwinkligen Dreiecken Winkel und Längen näherungsweise bestimmen.					

Name: Datum:

Winkelfunktionen
Baustein 1:
Sinus - Entdecken und erkunden
Lösungen

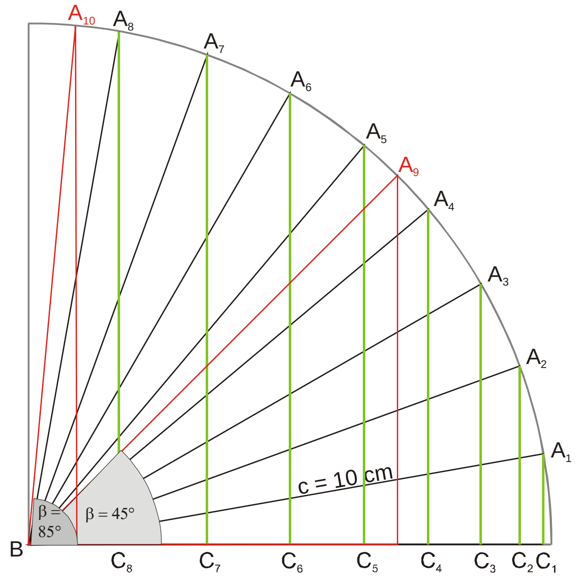
Ich kann über die Seitenverhältnisse am Einheitskreis fehlende Seitenlängen im rechtwinkligen Dreieck näherungsweise ermitteln.
Mit diesem Wissen kann ich mit einem selbstgebauten Höhenmesser die Höhe von Gebäuden ermitteln.

BP 2012 Kompetenz Klasse 10	*Die Schülerinnen und Schüler können den Zusammenhang zwischen Seitenverhältnissen und Winkeln in Dreiecken erklären und trigonometrische Funktionen für Berechnungen nutzen.*		
Vorkenntnisse	- *Strecken genau messen können* - *Dreiecke erkennen* - *Beschriftung der Dreiecke kennen*		
Erledigt am		**Zeitumfang**	etwa 4 Stunden

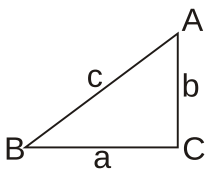
Lernmodul Mathematik

Lernweg – Entdecken und erkunden

In den Viertelkreis mit Radius c = 10 cm wurden für $\beta = 10°; 20°;...;80°$ rechtwinklige Dreiecke eingezeichnet.



Tipp zu Aufgabe 1



Aufgabe 1
Zeichne in den Dreiecken $A_1B\,C_1$ bis $A_8B\,C_8$ jeweils die Strecke b grün ein.

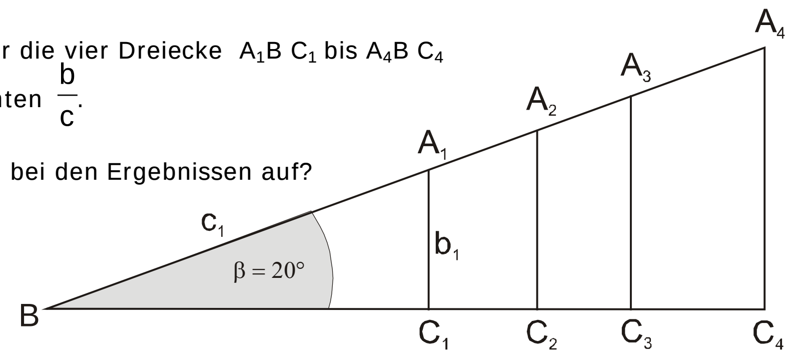
Aufgabe 2
Miss in allen Dreiecken die Länge der Strecke b. Trage das Maß für b in die Tabelle ein.

Aufgabe 3
Berechne den Quotienten $\frac{b}{c}$ und trage das Ergebnis in die Tabelle ein.

Dreieck	β	b (in cm)	c (in cm)	$\frac{b}{c}$
$A_1B\,C_1$	10°	1,7	10	0,17
$A_2B\,C_2$	20°	**3,4**	10	**0,34**
$A_3B\,C_3$	30°	**5,0**	10	**0,50**
$A_4B\,C_4$	40°	**6,5**	10	**0,65**
$A_5B\,C_5$	50°	**7,7**	10	**0,77**
$A_6B\,C_6$	60°	**8,7**	10	**0,87**
$A_7B\,C_7$	70°	**9,5**	10	**0,95**
$A_8B\,C_8$	80°	**9,9**	10	**0,99**

Aufgabe 4
Berechne für die vier Dreiecke $A_1B\,C_1$ bis $A_4B\,C_4$ den Quotienten $\frac{b}{c}$.

Was fällt dir bei den Ergebnissen auf?



Lösung Aufgabe 5:

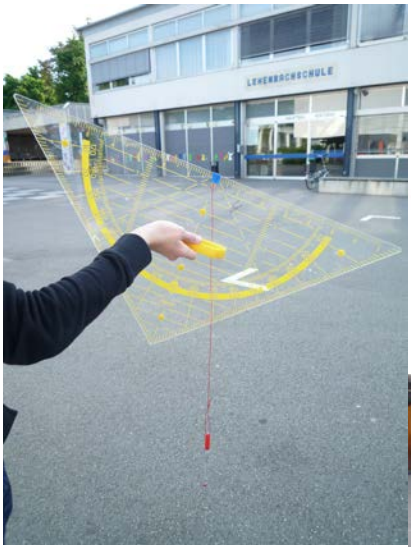
$\frac{b_1}{c_1} = \frac{1,8}{5,3} \approx \mathbf{0,34}$ $\frac{b_2}{c_2} = \frac{2,4}{6,9} \approx \mathbf{0,35}$ $\frac{b_3}{c_3} = \frac{2,8}{8,2} \approx \mathbf{0,34}$ $\frac{b_4}{c_4} = \frac{3,4}{10,1} \approx \mathbf{0,34}$

Die Ergebnisse sind nahezu gleich. Sie entsprechen dem Wert aus der Tabelle (Afg. 3) für β = 20°.

Höhenwinkelmesser bauen und anwenden

Baue einen Höhenwinkelmesser mit den angegebenen Materialien

Material:
Großes Geodreieck, Schnur, Klebestreifen, Kugelschreiber als Gewicht, Rollmaßband

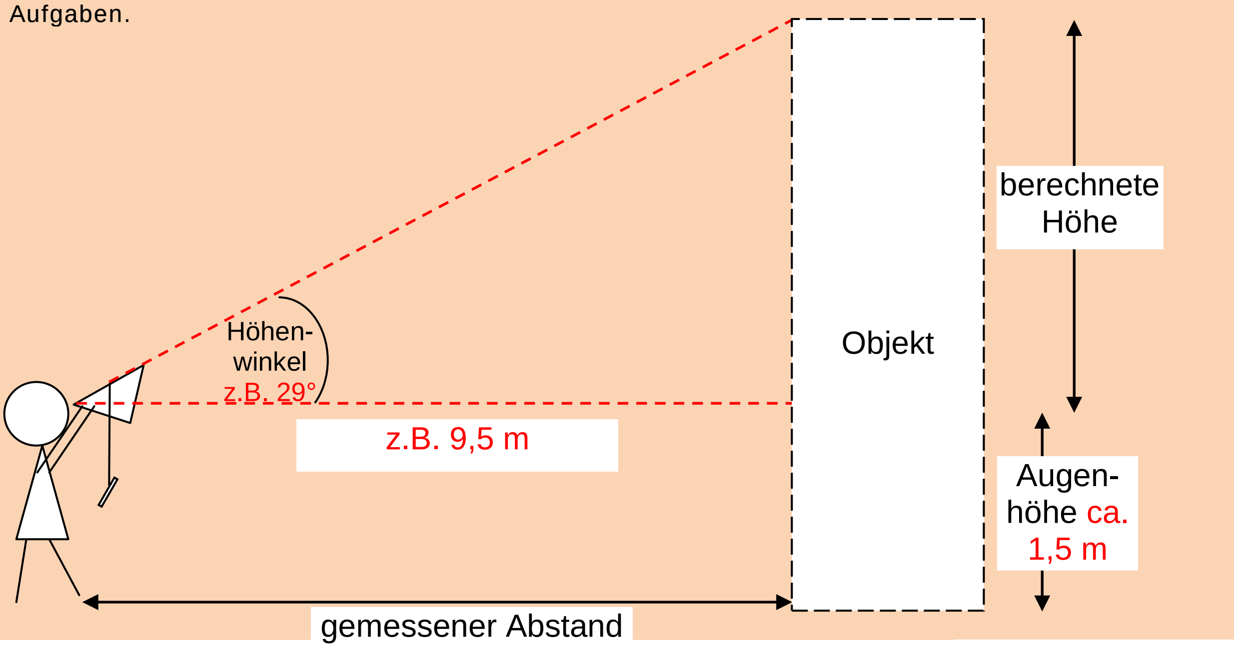


Tipp

Auch das Bild auf Seite 1 kann dir helfen.

GRUNDWISSEN

Skizzen, in die man bekannte Maße einträgt, helfen bei der Lösung von Aufgaben.



Tipp zu Aufgabe 5

Skizzen helfen: Fertige zu den Aufgaben 5 und 6 Skizzen von deinen Messungen an und trage die bekannten Maße in die Skizzen ein.
Mit der Tabelle auf

Aufgabe 5

- Gehe auf den Schulhof und suche dir 4 Objekte zum Vermessen aus.
- Miss den Abstand zum Objekt mit einem Rollmaßband und trage ihn in die Tabelle ein.
- Ermittle mit deinem Höhenwinkelmesser den Winkel zur Objektoberkante und trage ihn in die Tabelle ein.
- Ermittle den Faktor für den Winkel, nimm dazu die Tabelle zum Einheitskreis auf Seite 2 zur Hilfe.

• Berechne die Höhe (Abstand mal Faktor) und addiere in der letzten Spalte deine Augenhöhe. Nun hast du die Objekthöhe näherungsweise ermittelt.

Seite 2 kannst du bei deinen Messungen die fehlenden Größen näherungsweise bestimmen.

Objekt	Abstand	Gemessener Winkel	Faktor für Winkel	Höhe= Abstand mal Faktor	Berechnete Höhe + Augenhöhe
Beispiel	9,5 m	29°	0,48	9,5 m • 0,48 = 4,56 m	4,56 m + 1,5 m = 6,06 m
	Individuelle Lösungen				

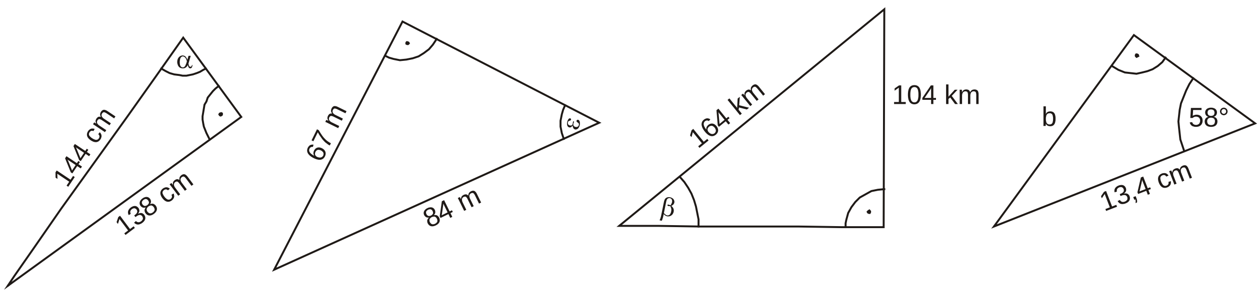
Aufgabe 6

Ruben steht 20 Meter von seinem Schulgebäude entfernt. Er hat mit seinem selbst gebauten Höhenwinkelmesser zur Oberkante einen Winkel von 54° gemessen.
Wie hoch ist sein Schulgebäude ungefähr?

Lösung zu 6:

$\textit{Quotient für } 54° \approx 0{,}81 \quad \frac{h}{20} = 0{,}81 \qquad h = 20 \cdot 0{,}81 \qquad \mathrm{h} = 16{,}2\,\mathrm{m} + 1{,}5\,\mathrm{m} = \mathbf{17{,}7\,m}$

Aufgabe 7
Mit der Tabelle von Seite 2 kannst du die fehlenden Winkel und Längen der Dreiecke näherungsweise bestimmen.



Lösung zu 7:

$\frac{a}{c} = \frac{138\ m}{144\ m} \approx 0{,}96 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\alpha} \approx \mathbf{72°}$

$\frac{67\ m}{84\ m} \approx 0{,}80 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\alpha} \approx \mathbf{53°}$

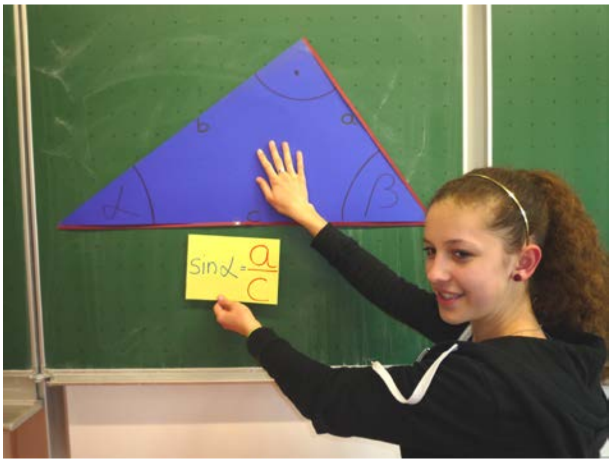
$\frac{104\ km}{164\ km} \approx 0{,}63 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\beta} \approx \mathbf{39°}$

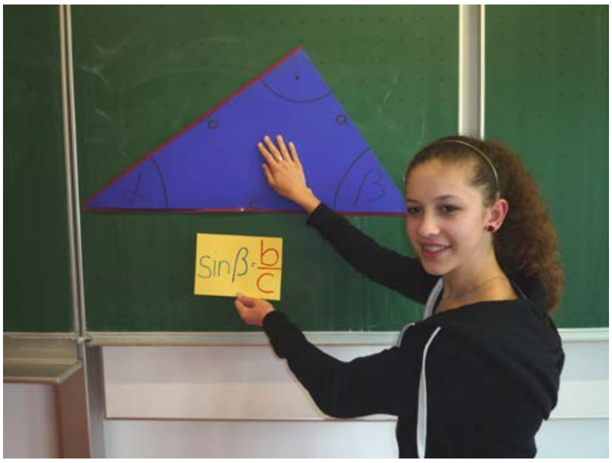
$\frac{b}{13{,}4\ cm} \approx 0{,}85 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{b} = 13{,}4\ cm \cdot 0{,}85 = \mathbf{11{,}4\ cm}$

Rückblick

Aufgabe aus dem Lern-modul	Das habe ich mit dieser Aufgabe gelernt:	Bearbeitet am:	Kontrolliert am:	Das kann ich gut!	Hier habe ich noch Fragen.	Das hat noch nicht richtig geklappt.
	Lernweg – Entdecken und erkunden					
1,2,3	Ich kann die Winkelfunktionen anhand eines Einheitsviertelkreises experimentell ermitteln.					
4	Ich kann für ähnliche Dreiecke zeigen, dass deren Seitenverhältnis immer gleich ist.					

5,6	Ich kann mit Hilfe eines einfachen Höhenmessers Winkel und Höhen im Gelände bestimmen.					
7	Ich kann an vorgegebenen rechtwinkligen Dreiecken Winkel und Längen näherungsweise bestimmen.					





Lernmodul Mathematik

Name: Datum:

Winkelfunktionen
Baustein 2: Sinus

Ich kenne den Sinus als Seitenverhältnis im Dreieck und kann ihn zum Berechnen anwenden.

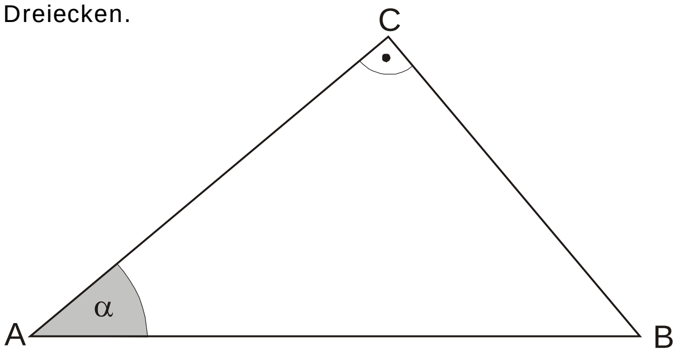
BP 2012 Kompetenz Klasse 10	*Die Schülerinnen und Schüler können Streckenlängen und Winkelgrößen unter Nutzung […] der Winkelfunktionen […] berechnen.*		
Vorkenntnisse	- *Dreiecke erkennen* - *Beschriftung der Dreiecke kennen*		
Erledigt am		**Zeitumfang**	etwa 3 Stunden

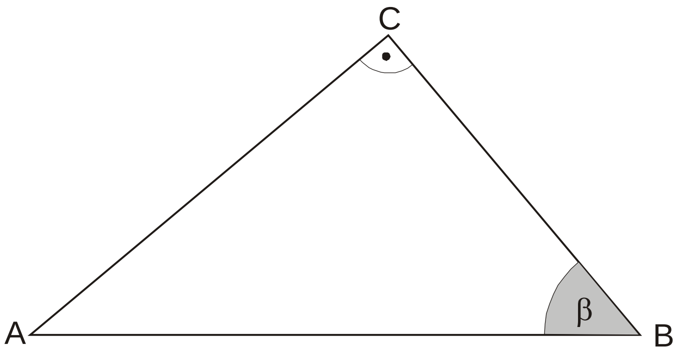
Tipp zu Aufgabe 1
In rechtwinkligen Dreiecken haben die Seiten besondere Namen.
- Die **Hypotenuse** liegt dem rechten Winkel gegenüber und ist immer die längste Seite.
- Die **Katheten** sind die beiden Seiten, die den rechten Winkel bilden. Auf einen Winkel bezogen heißt die gegenüberliegende Seite **Gegenkathete** und die am Winkel anliegende Seite **Ankathete.**

Aufgabe1
a) Ziehe in den Dreiecken unten...
...die **Gegenkatheten** mit der Farbe **blau** nach.
...die **Hypotenusen** mit der Farbe **rot** nach.

b) Kennzeichne die markierten Winkel mit **gelber** Farbe.

c) Beschrifte die **Gegenkathete** und die **Hypotenuse** in den beiden Dreiecken.





GRUNDWISSEN
Damit man das Seitenverhältnis Gegenkathete durch Hypotenuse bei Berechnungen anwenden kann, nennt man das Seitenverhältnis **Sinus** des entsprechenden Winkels.

Wenn bei rechtwinkligen Dreiecken die Winkel α und β gleich groß sind, dann sind sie ähnlich und das Ergebnis des Quotienten

$$\text{Sinus } \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{c} \quad \textit{oder} \quad \text{Sinus}\beta = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{b}{c}$$

ist immer gleich groß.

Aufgabe 2
a) Miss im Dreieck aus Aufgabe 1 die Gegenkathete und die Hypotenuse und berechne das Seitenverhältnis Sinus α.
b) Miss den Winkel α. Gib die Winkelgröße in deinen Taschenrechner ein und drücke die Taste sin .
Vergleiche das Ergebnis mit dem Ergebnis aus Aufgabe 2 a.

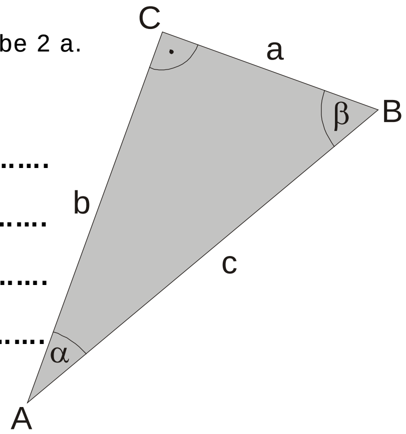
Aufgabe 3 Gegenkathete oder Hypotenuse?

Auf α bezogen ist **a** die ……………………………….

Auf α bezogen ist **c** die ……………………………….

Auf β bezogen ist **b** die ……………………………….

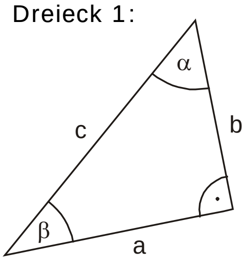
Auf β bezogen ist **c** die ……………………………….



Aufgabe 4

Ergänze die fehlenden Seitenverhältnisse und Winkel.

Dreieck 1:



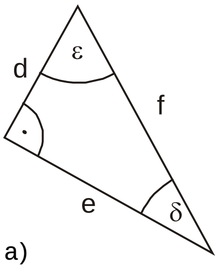
a)

$\sin\alpha = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

b)

$\sin\beta = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

Dreieck 2:



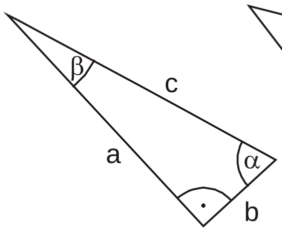
a)

$\sin\delta = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

b)

$\sin\varepsilon = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

Dreieck 3:



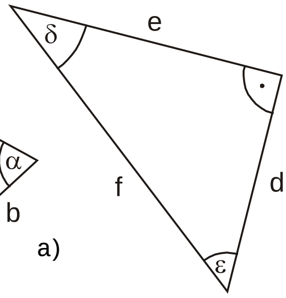
a)

$\frac{a}{c} = \sin\dots\dots$

b)

$\frac{b}{c} = \sin\dots\dots$

Dreieck 4:



a)

$\frac{e}{f} = \sin\dots\dots$

b)

$\frac{d}{f} = \sin\dots\dots$

Aufgabe 5
Berechne mit dem Taschenrechner den Sinus des Winkels. Runde auf drei Stellen nach dem Komma.

a) sin 16° b) sin 52° c) sin 1° d) sin 67,5° e) sin 120°

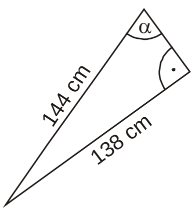
Tipp zu Aufgabe 5
Tastenfolge für **sin 23°**:
sin 23 = *oder:*
23 sin =
0,3907311 also auf drei Stellen gerundet:
≈ 0,391

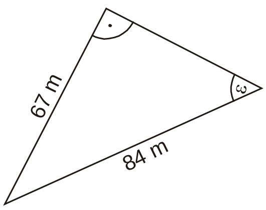
Aufgabe 6
Berechne mit dem Taschenrechner den Winkel. Runde auf eine Stelle nach dem Komma.

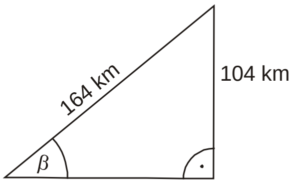
a) $\sin\alpha = 0{,}5$ b) $\sin\beta = 0{,}966$ c) $\sin\chi = 0{,}087$ d) $\sin\beta = 1$ e) $\sin\alpha = 0{,}872$

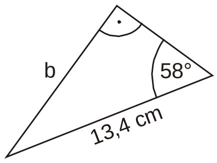
Tipp zu Aufgabe 6
Tastenfolge, um zu **sin α = 0,6** die Winkelgröße α zu berechnen:
2nd $\sin^{-1}$ 0,6 =
36,869…. also auf eine Stelle gerundet:
≈ 36,9°

Aufgabe 7
Berechne die markierten Winkel bzw. die Seite.









α = ……………. **ε = …………….** **β = …………….** **b = …………….**

Aufgabe 8
Skizziere folgende Dreiecke, markiere die gegebenen Größen grün und die fehlende Größe rot. Berechne die fehlende Größe. Der Winkel χ ist immer 90°.

a) $\alpha = 60°$ a = 4,5 cm c = ? cm b) $\beta = ?$ ° b = 6 cm c = 12 cm

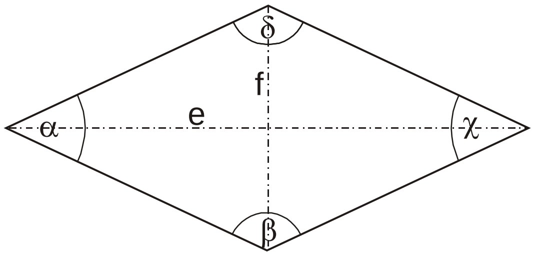
c) $\alpha = 15°$ a = ? cm c = 10 cm d) $\beta = 110°$ b = ? cm c = 5,5 cm

Tipp zu Aufgabe 9
In jedem Teildreieck sind zwei Winkel (halbe Rauten - Winkelgröße) und die Hypotenuse (= Seitenlänge) gegeben.

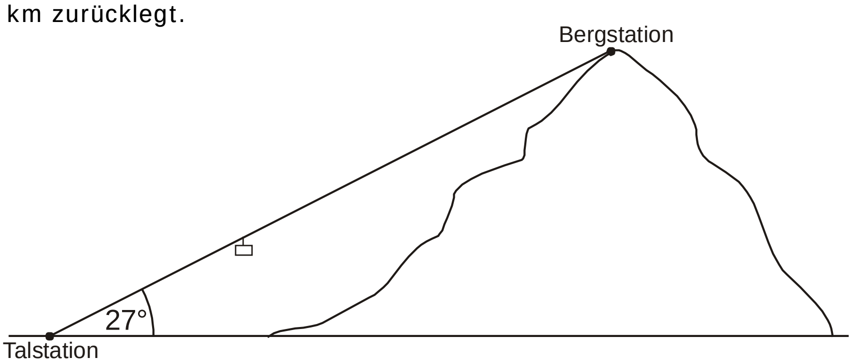
Aufgabe 9
Eine Raute mit den Winkeln $\alpha = \chi = 50°$ und $\beta = \delta = 130°$ ist gegeben.

Die Seiten der Raute sind 7,5 cm lang.

Berechne die Länge der Diagonalen e und f.

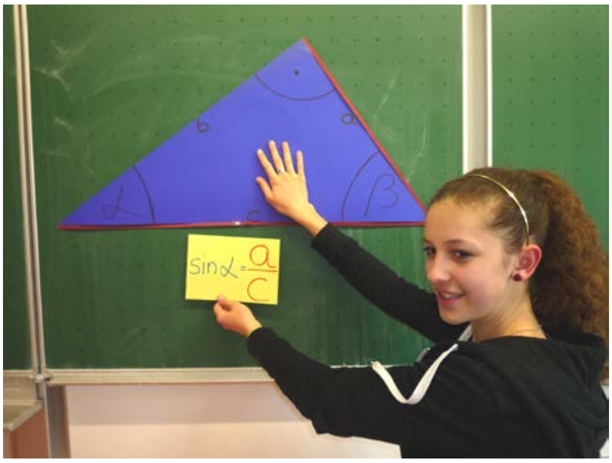


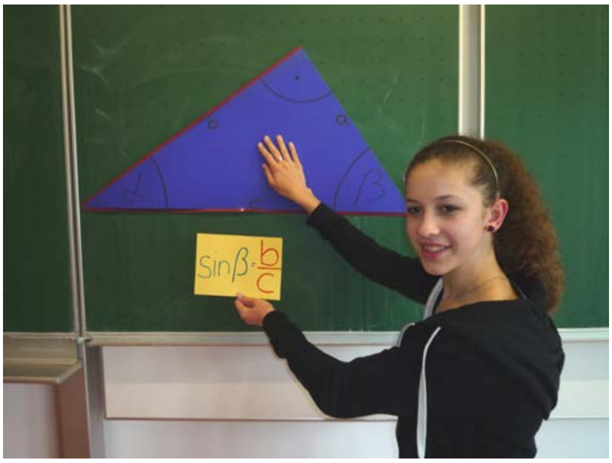
Aufgabe 10
Berechne die Höhe der Bergstation, wenn die Gondel eine Strecke von 2,5 km zurücklegt.



Rückblick

Aufgabe aus dem Lern-modul	**Das habe ich mit dieser Aufgabe gelernt:**	Bearbeitet am:	Kontrolliert am:	Das kann ich gut!	Hier habe ich noch Fragen.	Das hat noch nicht richtig geklappt.
1	Ich kann gegebene Größen am Dreieck richtig markieren und damit die Winkelfunktion Sinus veranschaulichen.					
2	Ich kann mit Hilfe der Winkelfunktion den Sinus eines Winkels berechnen.					
3	Ich kann die Begriffe Gegenkathete und Hypothenuse in Bezug auf einen vorgegebenen Winkel richtig zuordnen.					
4	Ich kann an vorgegebenen rechtwinkligen Dreiecken sowohl anhand der Seitenverhältnisse den Sinus, als auch anhand des Sinus das Seitenverhältnis bestimmen.					
5	Ich kann den Sinus eines Winkels mit dem Taschenrechner berechnen.					
6	Ich kann den Winkel anhand des Sinus mit dem Taschenrechner berechnen.					
7	Ich kann an gezeichneten Dreiecken Winkel oder Seitenlängen mit Hilfe des Sinus berechnen.					
8	Ich kann anhand von gegebenen Werten eine hilfreiche Skizze erstellen und mit Hilfe des Sinus fehlende Seitenlängen und Winkel berechnen.					
9	Ich kann an geometrischen Figuren Seitenlängen mit Hilfe des Sinus berechnen.					
10	Ich kann in Anwendungssituationen Längen mit Hilfe des Sinus berechnen.					





Lernmodul Mathematik

Name: Datum:

Winkelfunktionen
Baustein 2: Sinus
Lösungen

Ich kenne den Sinus als Seitenverhältnis im Dreieck und kann ihn zum Berechnen anwenden.

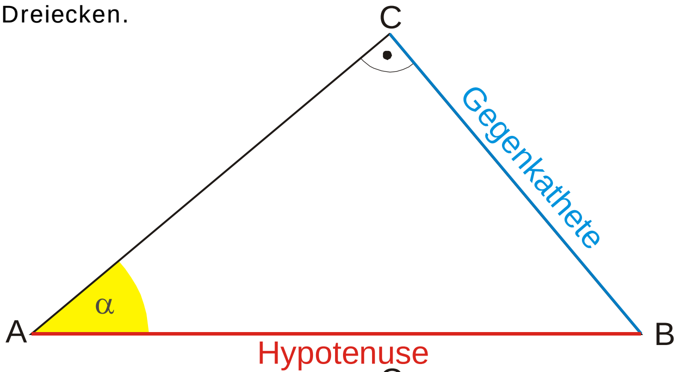
BP 2012 Kompetenz Klasse 10	*Die Schülerinnen und Schüler können Streckenlängen und Winkelgrößen unter Nutzung [...] der Winkelfunktionen [...] berechnen.*		
Vorkenntnisse	- *Dreiecke erkennen* - *Beschriftung der Dreiecke kennen*		
Erledigt am		**Zeitumfang**	etwa 3 Stunden

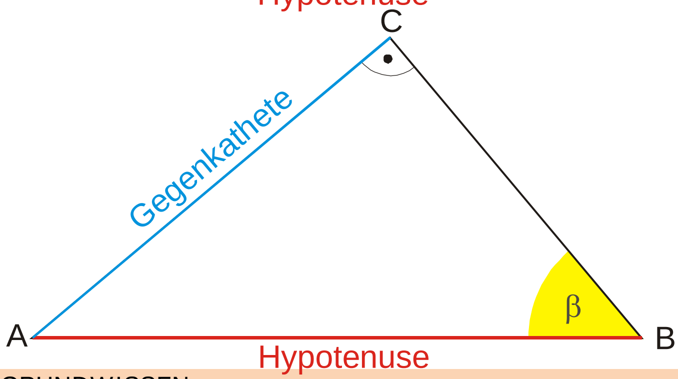
Tipp zu Aufgabe 1
In rechtwinkligen Dreiecken haben die Seiten besondere Namen.
- Die **Hypotenuse** liegt dem rechten Winkel gegenüber und ist immer die längste Seite.
- Die **Katheten** sind die beiden Seiten, die den rechten Winkel bilden. Auf einen Winkel bezogen heißt die gegenüberliegende Seite **Gegenkathete** und die am Winkel anliegende Seite **Ankathete.**

Aufgabe1
a) Ziehe in den Dreiecken unten...
...die **Gegenkatheten** mit der Farbe **blau** nach.
...die **Hypotenusen** mit der Farbe **rot** nach.

b) Kennzeichne die markierten Winkel mit **gelber** Farbe.

c) Beschrifte die **Gegenkathete** und die **Hypotenuse** in den beiden Dreiecken.





GRUNDWISSEN
Damit man das Seitenverhältnis Gegenkathete durch Hypotenuse bei Berechnungen anwenden kann, nennt man das Seitenverhältnis **Sinus** des entsprechenden Winkels.

Wenn bei rechtwinkligen Dreiecken die Winkel α und β gleich groß sind, dann sind sie ähnlich und das Ergebnis des Quotienten

$$\text{Sinus } \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{c} \quad \textit{oder} \quad \text{Sinus}\beta = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{b}{c}$$

ist immer gleich groß.

Aufgabe 2
a) Miss im Dreieck aus Aufgabe 1 die Gegenkathete und die Hypotenuse und berechne das Seitenverhältnis Sinus α.
b) Miss den Winkel α. Gib die Winkelgröße in deinen Taschenrechner ein und drücke die Taste sin .
Vergleiche das Ergebnis mit dem Ergebnis aus Aufgabe 2 a.

Lösung zu 2a:

$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{5,2}{8,1} \approx \mathbf{0,6420}$ $\qquad$ $\sin \beta = \frac{b}{c} = \frac{6,2}{8,1} \approx \mathbf{0,7654}$

Lösung zu 2b:

$\alpha = 40°$ $\qquad$ $\beta = 50°$

$\sin 40° = \mathbf{0,6428}$ $\qquad$ $\sin 50° = \mathbf{0,7660}$

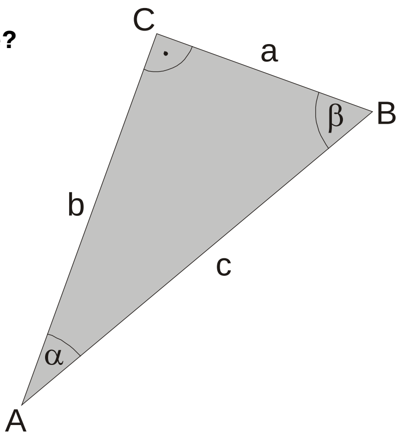
Aufgabe 3 Gegenkathete oder Hypotenuse?

Auf α bezogen ist **a** die **Gegenkathete**

Auf α bezogen ist **c** die **Hypotenuse**

Auf β bezogen ist **b** die **Gegenkathete**

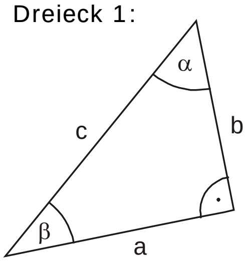
Auf β bezogen ist **c** die **Hypotenuse**



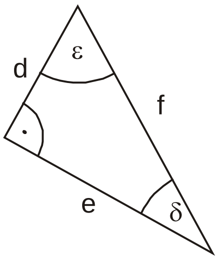
Aufgabe 4

Ergänze die fehlenden Seitenverhältnisse und Winkel.

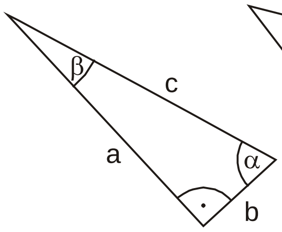
Dreieck 1:



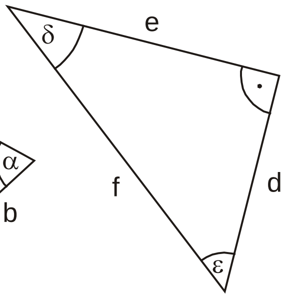
Dreieck 2:



Dreieck 3:



Dreieck 4:



a) $\sin\alpha = \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{c}}$

b) $\sin\beta = \frac{\mathbf{b}}{\mathbf{c}}$

a) $\sin\delta = \frac{\mathbf{d}}{\mathbf{f}}$

b) $\sin\varepsilon = \frac{\mathbf{e}}{\mathbf{f}}$

a) $\frac{a}{c} = \mathbf{sin\alpha}$

b) $\frac{b}{c} = \mathbf{sin\beta}$

a) $\frac{e}{f} = \mathbf{sin\varepsilon}$

b) $\frac{d}{f} = \mathbf{sin\delta}$

Aufgabe 5

Berechne mit dem Taschenrechner den Sinus des Winkels. Runde auf drei Stellen nach dem Komma.

a) sin 16° **= 0,276**

b) sin 52° **= 0,788**

c) sin 1° **= 0,017**

d) sin 67,5° **= 0,924**

e) sin 120° **= 0,866**

Tipp zu Aufgabe 5

Tastenfolge für **sin 23°**:

sin 23 = *oder:*

23 sin =

0,3907311 also auf drei Stellen gerundet: ≈ 0,391

Aufgabe 6

Berechne mit dem Taschenrechner den Winkel. Runde auf eine Stelle nach dem Komma.

a) $\sin\alpha = 0{,}5$ **α = 30,0°**

b) $\sin\beta = 0{,}966$ **β = 75,0°**

c) $\sin\chi = 0{,}087$ **χ = 5,0°**

d) $\sin\beta = 1$ **β = 90,0°**

e) $\sin\alpha = 0{,}872$ **α = 60,7°**

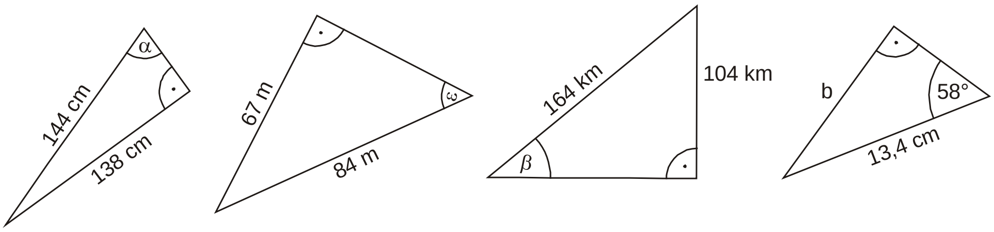
Tipp zu Aufgabe 6

Tastenfolge, um zu **sin α = 0,6** die Winkelgröße α zu berechnen:

2nd $\sin^{-1}$ 0,6 =

36,869.... also auf eine Stelle gerundet: ≈ 36,9°

Aufgabe 7
Berechne die markierten Winkel bzw. die Seite.



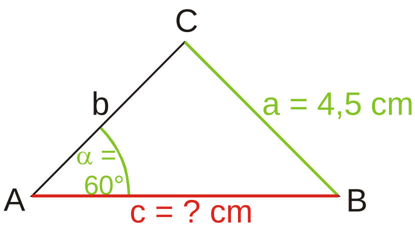
$\alpha = \mathbf{73{,}4°}$ $\varepsilon = \mathbf{52{,}9°}$ $\beta = \mathbf{39{,}4°}$ $b = \mathbf{11{,}4\ cm}$

Aufgabe 8
Skizziere folgende Dreiecke, markiere die gegebenen Größen grün und die fehlende Größe rot. Berechne die fehlende Größe. Der Winkel χ ist immer 90°.

a) $\alpha = 60°$ a = 4,5 cm c = ? cm b) $\beta = ?°$ b = 6 cm c = 12 cm

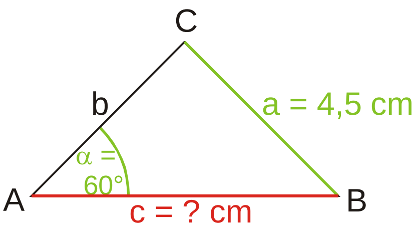
c) $\alpha = 15°$ a = ? cm c = 10 cm d) $\beta = 110°$ b = ? cm c = 5,5 cm

a)



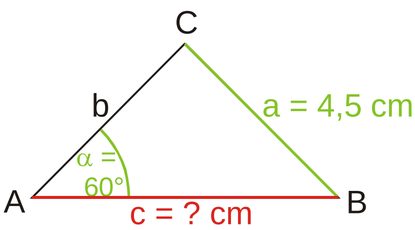
$\frac{a}{c} = \sin\alpha$ also $c = \frac{a}{\sin\alpha} = \frac{4{,}5\text{ cm}}{\sin 60°} = \mathbf{5{,}2\ cm}$

b)



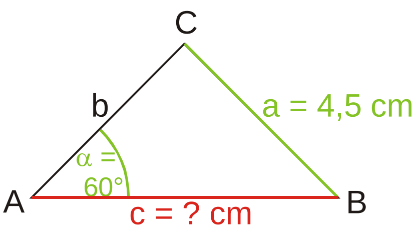
$\sin\beta = \frac{6\text{ cm}}{12\text{ cm}} = \frac{1}{2}$ also $\beta = \mathbf{30}°$

c)



$\frac{a}{c} = \sin\alpha$ also $a = c \cdot \sin 15°$ $= 10\text{ cm} \cdot 0{,}26 = \mathbf{2{,}6\ cm}$

d)



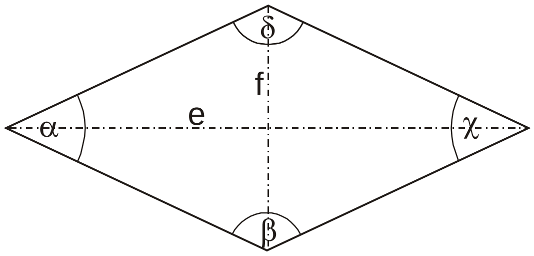
$\sin\beta = \frac{b}{c}$ also $b = \sin 110° \cdot 5{,}5\text{ cm}$ $= \mathbf{5{,}17\ cm}$

Tipp zu Aufgabe 9
In jedem Teildreieck sind zwei Winkel (halbe Rauten - Winkelgröße) und die Hypotenuse (= Seitenlänge) gegeben.

Aufgabe 9
Eine Raute mit den Winkeln $\alpha = \chi = 50°$ und $\beta = \delta = 130°$ ist gegeben.

Die Seiten der Raute sind 7,5 cm lang.

Berechne die Länge der Diagonalen e und f.

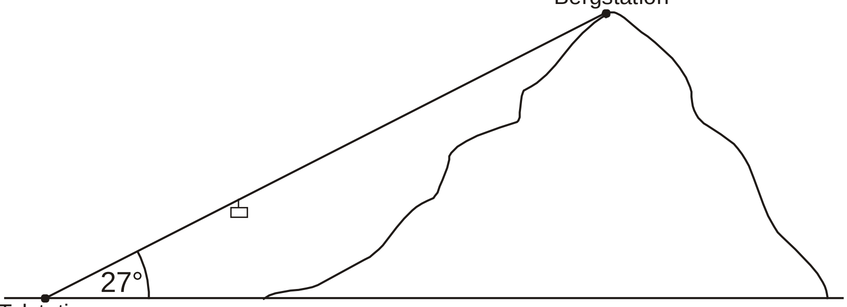


Lösung zu 9:

$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{(0{,}5 \cdot f)}{7{,}5\text{ cm}} \Rightarrow \sin 25° = \frac{(0{,}5 \cdot f)}{7{,}5\text{ cm}} \Rightarrow f = \frac{\sin 25 \cdot 7{,}5\text{ cm}}{0{,}5} = \mathbf{6{,}3\text{ cm}}$

$\sin\frac{\beta}{2} = \frac{(0{,}5 \cdot e)}{7{,}5\text{ cm}} \Rightarrow \sin 65° = \frac{(0{,}5 \cdot e)}{7{,}5\text{ cm}} \Rightarrow e = \frac{\sin 65 \cdot 7{,}5\text{ cm}}{0{,}5} = \mathbf{13{,}6\text{ cm}}$

Aufgabe 10
Berechne die Höhe der Bergstation, wenn die Gondel eine Strecke von 2,5 km zurücklegt.



Lösung zu 10:

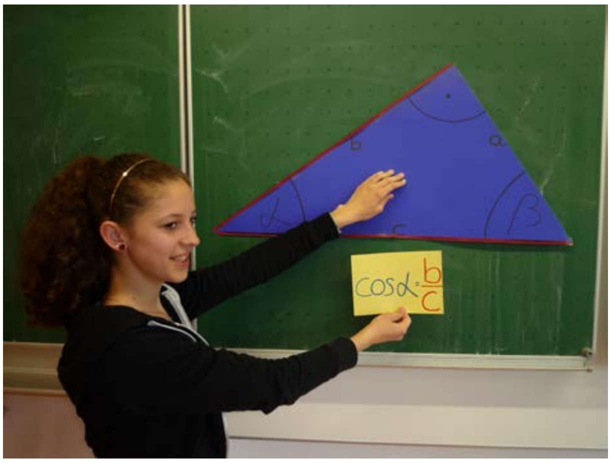
$\text{Höhe Bergstation} = 746\text{ m} + h_b \Rightarrow \sin 27° = \frac{h_b}{2{,}5\text{ km}} \Rightarrow h_b = \sin 27° \cdot 2{,}5\text{ km}$

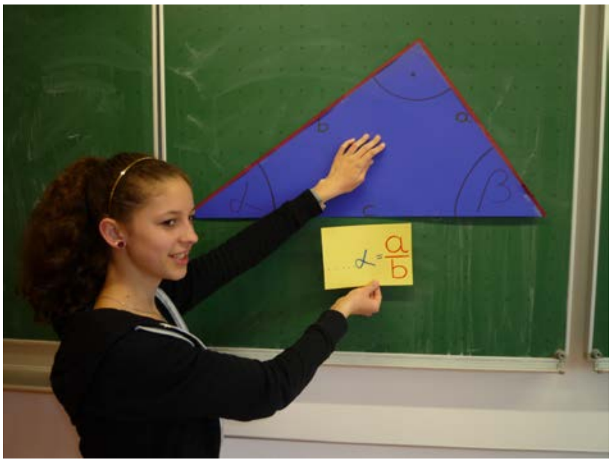
$\Rightarrow h_b = 1{,}135\text{ km}$

$\text{Höhe Bergstation} = 746\text{ m} + 1\,135\text{ m} = \mathbf{1\,881\text{ m}}$

Rückblick

Aufgabe aus dem Lern-modul	**Das habe ich mit dieser Aufgabe gelernt:**	Bearbeitet am:	Kontrolliert am:	Das kann ich gut!	Hier habe ich noch Fragen.	Das hat noch nicht richtig geklappt.
1	Ich kann gegebene Größen am Dreieck richtig markieren und damit die Winkelfunktion Sinus veranschaulichen.					
2	Ich kann mit Hilfe der Winkelfunktion den Sinus eines Winkels berechnen.					
3	Ich kann die Begriffe Gegenkathete und Hypothenuse in Bezug auf einen vorgegebenen Winkel richtig zuordnen.					
4	Ich kann an vorgegebenen rechtwinkligen Dreiecken sowohl anhand der Seitenverhältnisse den Sinus, als auch anhand des Sinus das Seitenverhältnis bestimmen.					
5	Ich kann den Sinus eines Winkels mit dem Taschenrechner berechnen.					
6	Ich kann den Winkel anhand des Sinus mit dem Taschenrechner berechnen.					
7	Ich kann an gezeichneten Dreiecken Winkel oder Seitenlängen mit Hilfe des Sinus berechnen.					
8	Ich kann anhand von gegebenen Werten eine hilfreiche Skizze erstellen und mit Hilfe des Sinus fehlende Seitenlängen und Winkel berechnen.					
9	Ich kann an geometrischen Figuren Seitenlängen mit Hilfe des Sinus berechnen.					
10	Ich kann in Anwendungssituationen Längen mit Hilfe des Sinus berechnen.					





Lernmodul Mathematik

Name: Datum:

Winkelfunktionen
Baustein 3: Kosinus und Tangens

Ich kenne den Kosinus und den Tangens als Seitenverhältnisse im Dreieck und kann sie für Berechnungen im Dreieck nutzen.

BP 2012 Kompetenz Klasse 10	*Die Schülerinnen und Schüler können Streckenlängen und Winkelgrößen unter Nutzung [...] der Winkelfunktionen [...] berechnen.*		
Vorkenntnisse	*- Dreiecke erkennen - Beschriftung der Dreiecke kennen - Winkelfunktion Sinus veranschaulichen und berechnen*		
Erledigt am		**Zeitumfang**	etwa 3 Stunden

GRUNDWISSEN

Im rechtwinkligen Dreieck kennst du schon das Seitenverhältnis sin α, das du folgendermaßen berechnen kannst: $\text{Sinus } \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{c}$

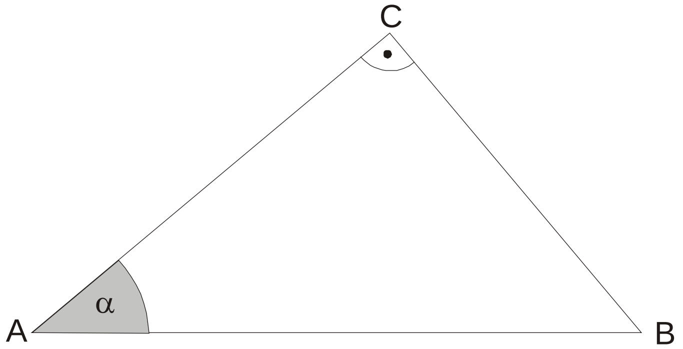
Es gibt aber noch andere Seitenverhältnisse.
Du kennst schon die **Hypotenuse** als die Seite, die dem rechten Winkel gegenüber liegt.
Die Kathete, die dem Winkel α gegenüber liegt, heißt **Gegenkathete** zum Winkel α.
Nun geben wir der Kathete, die mit der Hypotenuse den Winkel α bildet, den Namen **Ankathete** zum Winkel α.

Aufgabe 1
Ziehe im unten stehenden Dreieck...
... die **Ankathete** zu α **grün** nach.
... die **Hypotenuse rot** nach.

Kennzeichne den Winkel α mit **gelber** Farbe.

Beschrifte die Seite **b** mit **Ankathete** und die Seite **c** mit **Hypotenuse**.

Dreieck 1:

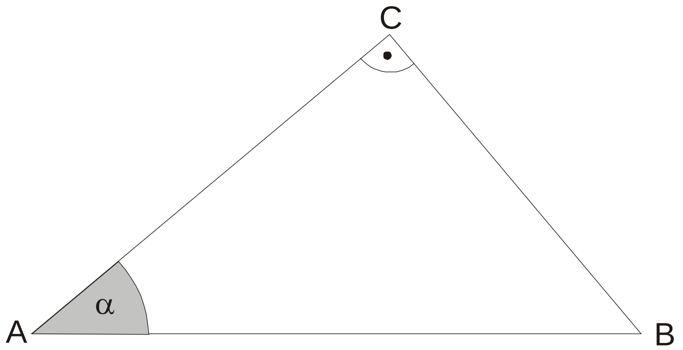


Aufgabe 2
Ziehe im unten stehenden Dreieck...
... die **Ankathete** zu α **grün** nach.
... die **Gegenkathete** zu α **blau** nach.

Kennzeichne den Winkel α mit **gelber** Farbe.

Beschrifte die Seite **b** mit **Ankathete** und die Seite **a** mit **Gegenkathete** zu α.

Dreieck 2:



GRUNDWISSEN

Wenn Dreiecke die gleiche Winkelgröße α haben, dann sind folgende Seitenverhältnisse immer gleich:

$\text{Kosinus } \alpha = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} = \frac{b}{c}$ $\text{Tangens } \alpha = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha} = \frac{a}{b}$

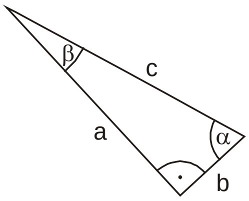
Aufgabe 3
a) Miss im Dreieck 1 bzw. 2 die Länge der Gegenkathete, Ankathete und die der Hypotenuse. Berechne für Dreieck 1 die Seitenverhältnisse Kosinus α und für Dreieck 2 Tangens α.
Runde das Ergebnis auf 3 Stellen nach dem Komma.
b) Miss den Winkel α. Gib die Winkelgröße in deinen Taschenrechner ein und drücke einmal die Taste. cos

Vergleiche das Ergebnis mit dem Ergebnis aus Aufgabe 3 a).
Gib die Winkelgröße noch einmal in den Taschenrechner ein und drücke die Taste tan . Vergleiche mit dem Ergebnis aus Aufgabe 3 a).

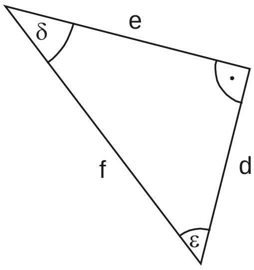
Aufgabe 4

Ergänze die fehlenden Seitenverhältnisse und Winkel.

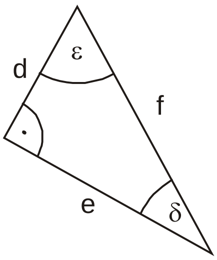
Dreieck 1:



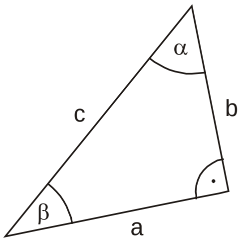
Dreieck 2:



Dreieck 3:



Dreieck 4:



Dreieck 1	Dreieck 2	Dreieck 3	Dreieck 4
a) $\cos\alpha = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$	a) $\tan\delta = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$	a) $\frac{e}{f} = \cos\dots\dots$	a) $\frac{b}{a} = \dots\dots\dots\dots$
b) $\tan\beta = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$	b) $\cos\varepsilon = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$	b) $\frac{e}{d} = \dots\dots\dots\dots$	b) $\frac{b}{c} = \dots\dots\dots\dots$

Aufgabe 5

Berechne mit dem Taschenrechner den Tangens bzw. Kosinus des Winkels. Runde auf drei Stellen nach dem Komma.

a) tan 16° b) cos 52° c) tan 45° d) cos 90° e) cos 120°

Tipp zu Aufgabe 5

Tastenfolge für **tan 37°**:
[tan] 37 [=] *oder:*
37 [tan] [=]
0,75355405, also auf drei Stellen gerundet: ≈ 0,754

Aufgabe 6

Berechne mit dem Taschenrechner den Winkel. Runde auf eine Stelle nach dem Komma.

	0,6	1	0,455	4	0,1	0
$\cos\alpha$						
$\tan\alpha$						

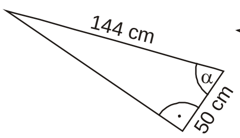
Tipp zu Aufgabe 6

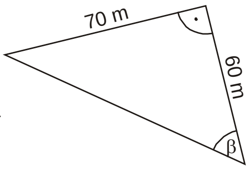
Tastenfolge um zu **cos α = 0,6** die Winkelgröße α zu berechnen:
[2nd] [$\cos^{-1}$] 0,6 [=]
53,13010235…. also auf eine Stelle gerundet: ≈ 53,1°

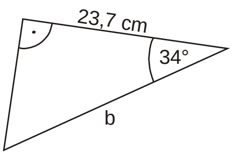
Tastenfolge um zu **tan α = 0,6** die Winkelgröße α zu berechnen:
[2nd] [$\tan^{-1}$] 0,6 [=]
30,96375653. also auf eine Stelle gerundet: ≈ 31,0°

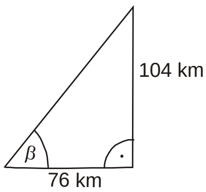
Aufgabe 7

Berechne die markierten Winkel bzw. die Seite.









α = ……………. β= ……………. **b** = ……………. β = …………….

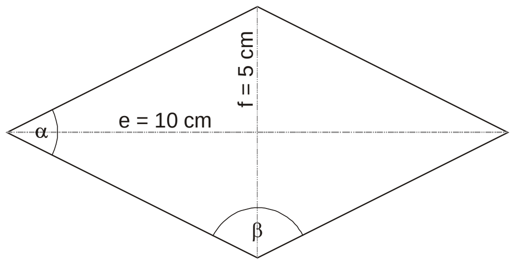
Aufgabe 8
Skizziere folgende Dreiecke, markiere die gegebenen Größen grün und die fehlende Größe rot. Berechne die fehlende Größe. Der Winkel χ ist immer 90°.

a) $\alpha = 40°$ a = ? cm b = 4,5 cm **b)** $\alpha = 75°$ b = ? cm c = 10 cm

c) $\beta = ?\ °$ a = 23 cm c = 50 cm **d)** $\beta = ?\ °$ b = 12 cm a = 24 cm

Tipp zu Aufgabe 9
Die Hälfte der Diagonalenlängen und der Tangens helfen weiter.
Die Diagonalen einer Raute halbieren den Winkel.

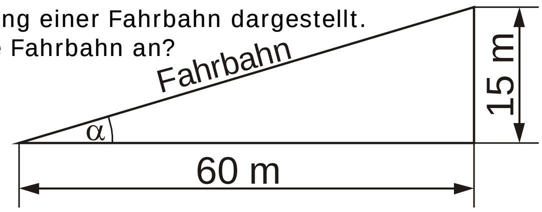
Aufgabe 9
In der Zeichnung ist eine Raute abgebildet und die Diagonalen e und f sind gegeben.
Berechne den Winkel α und β.



Tipp zu Aufgabe 10
Du kennst auch schon den Sinus.

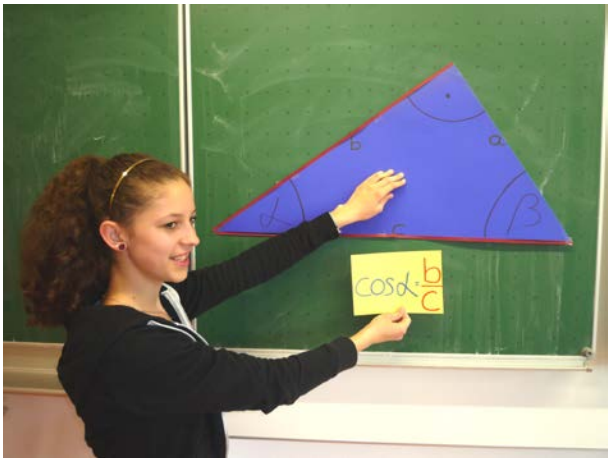
Aufgabe 10
Eine 8 Meter lange Leiter steht an einer Hauswand und bildet mit dem Boden einen Winkel
von 75°.
a) Wie weit steht die Leiter von der Hauswand entfernt?
b) In welcher Höhe trifft die Leiter auf die Hauswand?
Mache eine Skizze und berechne.

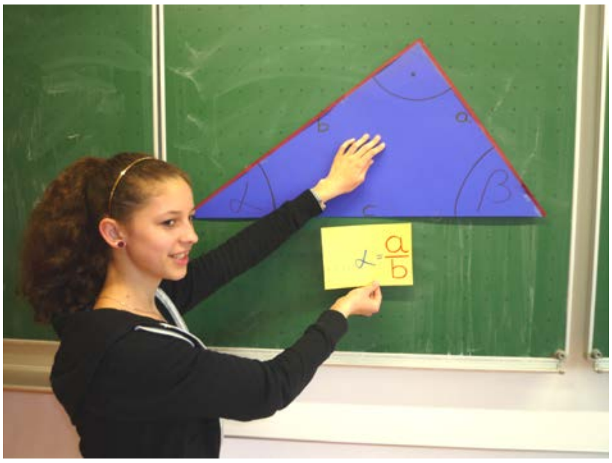
Aufgabe 11
In der Abbildung ist die Steigung einer Fahrbahn dargestellt.
In welchem Winkel α steigt die Fahrbahn an?



Rückblick

Aufgabe aus dem Lern-modul	**Das habe ich mit dieser Aufgabe gelernt:**	Bearbeitet am:	Kontrolliert am:	Das kann ich gut!	Hier habe ich noch Fragen.	Das hat noch nicht richtig geklappt .
1,2	Ich kann gegebene Größen am Dreieck richtig markieren und daran die Winkelfunktionen Kosinus und Tangens veranschaulichen.					
3	Ich kann mit Hilfe der Winkelfunktionen den Kosinus und Tangens eines Winkels berechnen.					
4	Ich kann an vorgegebenen rechtwinkligen Dreiecken sowohl anhand der Seitenverhältnisse den Kosinus oder Tangens, als auch anhand des Kosinus oder Tangens das Seitenverhältnis bestimmen.					
5	Ich kann den Kosinus oder Tangens eines Winkels mit dem Taschenrechner berechnen.					
6	Ich kann den Winkel anhand des Kosinus oder Tangens mit dem Taschenrechner berechnen.					
7	Ich kann an gezeichneten Dreiecken Winkel oder Seitenlängen mit Hilfe des Kosinus oder Tangens berechnen.					
8	Ich kann anhand von gegebenen Werten eine hilfreiche Skizze erstellen und mit Hilfe des Kosinus oder Tangens fehlende Seitenlängen und Winkel berechnen.					
9	Ich kann an geometrischen Figuren Winkel mit Hilfe des Tangens berechnen.					
10,11	Ich kann in Sachsituationen Winkel mit Hilfe des Kosinus oder Tangens berechnen.					





Lernmodul Mathematik

Name: Datum:

Winkelfunktionen
Baustein 3: Kosinus und Tangens
Lösungen

Ich kenne den Kosinus und den Tangens als Seitenverhältnisse im Dreieck und kann sie für Berechnungen im Dreieck nutzen.

BP 2012 Kompetenz Klasse 10	Die Schülerinnen und Schüler können Streckenlängen und Winkelgrößen unter Nutzung […] der Winkelfunktionen […] berechnen.		
Vorkenntnisse	- *Dreiecke erkennen* - *Beschriftung der Dreiecke kennen* - *Winkelfunktion Sinus veranschaulichen und berechnen*		
Erledigt am		**Zeitumfang**	etwa 3 Stunden

GRUNDWISSEN

Im rechtwinkligen Dreieck kennst du schon das Seitenverhältnis sin α, das du folgendermaßen berechnen kannst: Sinus $\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{c}$

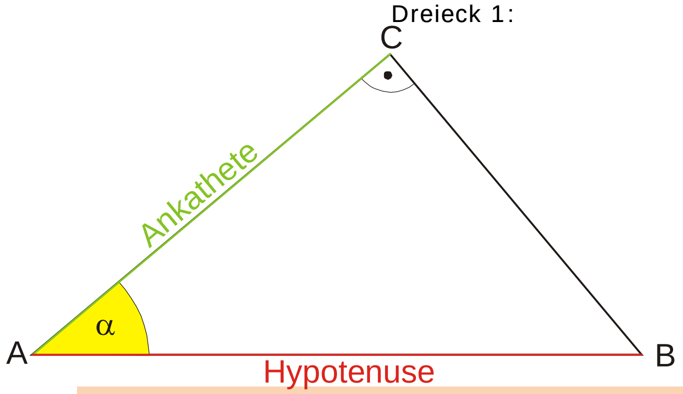
Es gibt aber noch andere Seitenverhältnisse.
Du kennst schon die **Hypotenuse** als die Seite, die dem rechten Winkel gegenüber liegt.
Die Kathete, die dem Winkel α gegenüber liegt, heißt **Gegenkathete** zum Winkel α.
Nun geben wir der Kathete, die mit der Hypotenuse den Winkel α bildet, den Namen **Ankathete** zum Winkel α.

Aufgabe 1
a) Ziehe im unten stehenden Dreieck...
... die **Ankathete** zu α **grün** nach.
... die **Hypotenuse rot** nach.

b) Kennzeichne den Winkel α mit **gelber** Farbe.

c) Beschrifte die Seite **b** mit **Ankathete** und die Seite **c** mit **Hypotenuse**.

Dreieck 1:

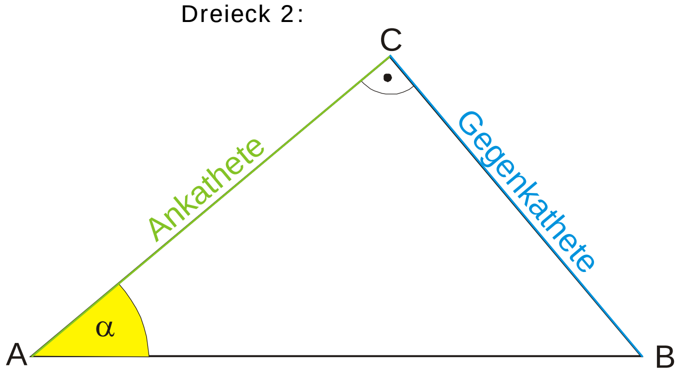


Aufgabe 2
a) Ziehe im unten stehenden Dreieck...
... die **Ankathete** zu α **grün** nach.
... die **Gegenkathete** zu α **blau** nach.

b) Kennzeichne den Winkel α mit **gelber** Farbe.

c) Beschrifte die Seite **b** mit **Ankathete** und die Seite **a** mit **Gegenkathete** zu α.

Dreieck 2:



GRUNDWISSEN

Wenn Dreiecke die gleiche Winkelgröße α haben, dann sind folgende Seitenverhältnisse immer gleich:

Kosinus $\alpha = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} = \frac{b}{c}$ Tangens $\alpha = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha} = \frac{a}{b}$

Aufgabe 3
a) Miss im Dreieck 1 bzw. 2 die Länge der Gegenkathete, Ankathete und die der Hypotenuse. Berechne für Dreieck 1 die Seitenverhältnisse Kosinus α und für Dreieck 2 Tangens α.
Runde das Ergebnis auf 3 Stellen nach dem Komma.

b) Miss den Winkel α. Gib die Winkelgröße in deinen Taschenrechner ein und drücke einmal die Taste cos

Vergleiche das Ergebnis mit dem Ergebnis aus Aufgabe 3 a).
Gib die Winkelgröße noch einmal in den Taschenrechner ein und drücke die Taste tan . Vergleiche mit dem Ergebnis aus Aufgabe 3 a).

Lösung zu 3a:

$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{6,2}{8,1} \approx \mathbf{0,765}$

$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \frac{5,2}{6,2} \approx \mathbf{0,839}$

Lösung zu 3b:

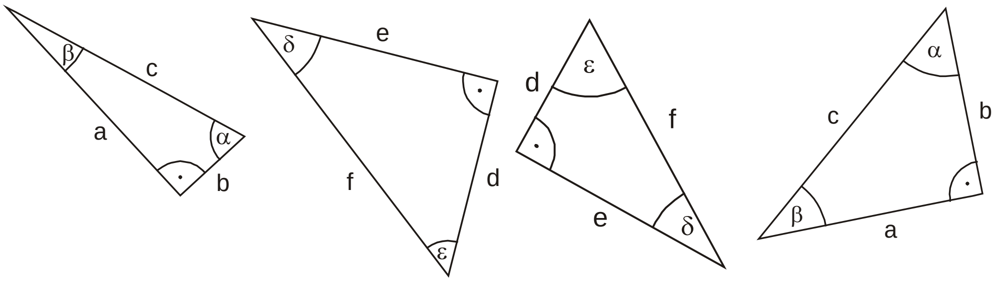
$\alpha = 40°$
$\cos 40° = \mathbf{0,7660}$

$\alpha = 40°$
$\tan 40° = \mathbf{0,8391}$

Aufgabe 4:

Ergänze die fehlenden Seitenverhältnisse und Winkel.

Dreieck 1: Dreieck 2: Dreieck 3: Dreieck 4:



Dreieck 1	Dreieck 2	Dreieck 3	Dreieck 4
a) $\cos\alpha = \frac{\mathbf{b}}{\mathbf{c}}$	a) $\tan\delta = \frac{d}{e}$	a) $\frac{e}{f} = \cos\delta$	a) $\frac{b}{a} = \tan\beta$
b) $\tan\beta = \frac{\mathbf{b}}{\mathbf{a}}$	b) $\cos\varepsilon = \frac{d}{f}$	b) $\frac{e}{d} = \tan\varepsilon$	b) $\frac{b}{c} = \cos\alpha$

Aufgabe 5:
Berechne mit dem Taschenrechner den Tangens bzw. Kosinus des Winkels. Runde auf drei Stellen nach dem Komma.

a) tan 16° ≈ 0,287
b) cos 52° ≈ 0,616
c) tan 45° =1,0
d) cos 90° = 0
e) cos 120° = - 0,5

Tipp zu Aufgabe 5
Tastenfolge für **tan 37°**:
tan 37 = *oder:*
37 tan =
0,75355405, also auf drei Stellen gerundet: ≈ 0,754

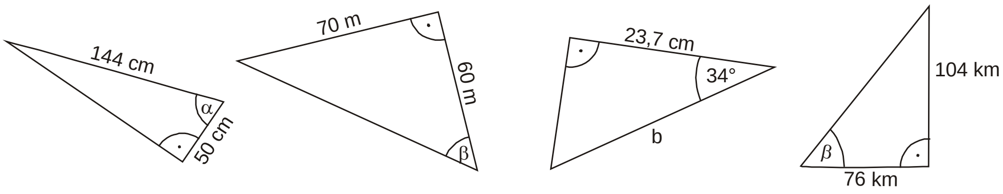
Aufgabe 6:
Berechne mit dem Taschenrechner den Winkel. Runde auf eine Stelle nach dem Komma.

	0,6	1	0,455	4	0,1	0
cos α	53,1°	0°	62,9°	-	84,3°	90°
tan α	31,0°	45°	24,5°	76,0°	5,7	0

Tipp zu Aufgabe 6
Tastenfolge um zu **cos α = 0,6** die Winkelgröße α zu berechnen:
2nd $\cos^{-1}$ 0,6 =
53,13010235.... also auf eine Stelle gerundet: ≈ 53,1°

Tastenfolge um zu **tan α = 0,6** die Winkelgröße α zu berechnen:
2nd $\tan^{-1}$ 0,6 =
30,96375653. also auf eine Stelle gerundet: ≈ 31,0°

Aufgabe 7:
Berechne die markierten Winkel bzw. die Seite.



$\cos\alpha = \frac{50\text{ cm}}{144\text{ cm}}$; $\alpha = 69,7°$

$\tan\beta = \frac{70\text{ m}}{60\text{ m}}$; $\beta = 49,4°$

$b = \frac{23,7\text{ cm}}{\cos 34°}$; $b = 28,6\text{ cm}$

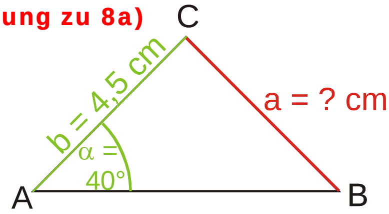
$\tan\beta = \frac{104\text{ km}}{76\text{ km}}$; $\beta = 53,8°$

Aufgabe 8
Skizziere folgende Dreiecke, markiere die gegebenen Größen grün und die fehlende Größe rot. Berechne die fehlende Größe. Der Winkel χ ist immer 90°.

a) $\alpha = 40°$ a = ? cm b = 4,5 cm **b)** $\alpha = 75°$ b = ? cm c = 10 cm

c) $\beta = ?$ ° a = 23 cm c = 50 cm **d)** $\beta = ?$ ° b = 12 cm a = 24 cm

Lösung zu 8a)

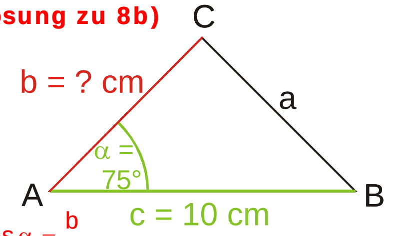


$\frac{a}{b} = \tan\alpha$

$a = (\tan\alpha)\cdot b = (\tan 40)\cdot 4,5\text{ cm}$

$= 3,8\text{ cm}$

Lösung zu 8b)

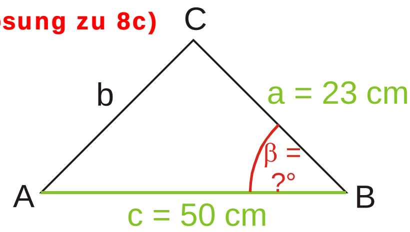


$\cos\alpha = \frac{b}{c}$

$b = (\cos\alpha)\cdot c = (\cos 75)\cdot 10\text{ cm}$

$= 2,6\text{ cm}$

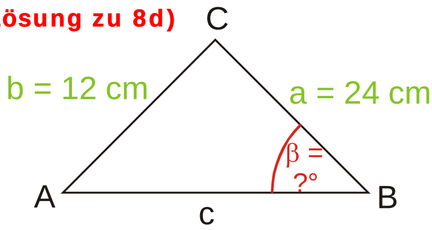
Lösung zu 8c)



$\cos\beta = \frac{a}{c} = \frac{23\text{ cm}}{50\text{ cm}} = 0,46$

$\beta = 62,6°$

Lösung zu 8d)

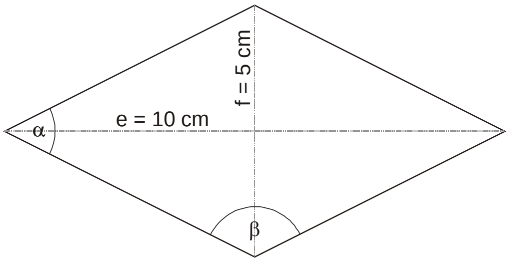


$\tan\beta = \frac{b}{a} = \frac{12\text{ cm}}{24\text{ cm}} = 0,5$

$\beta = 26,6°$

Tipp zu Aufgabe 9
Die Hälfte der Diagonalenlängen und der Tangens helfen weiter.
Die Diagonalen einer Raute halbieren den Winkel.

Aufgabe 9
In der Zeichnung ist eine Raute abgebildet und die Diagonalen e und f sind gegeben.
Berechne den Winkel α und β.



Lösung zu 9

$$\tan\frac{\alpha}{2} = \frac{0{,}5\cdot f}{0{,}5\cdot e} = \frac{0{,}5\cdot 5\text{ cm}}{0{,}5\cdot 10\text{ cm}} = \frac{2{,}5\text{ cm}}{5\text{ cm}} = 0{,}5 \qquad \frac{\alpha}{2} = 26{,}57° \quad\Rightarrow\quad \alpha = 53{,}1°$$

$$\tan\frac{\beta}{2} = \frac{0{,}5\cdot e}{0{,}5\cdot f} = \frac{0{,}5\cdot 10\text{ cm}}{0{,}5\cdot 5\text{ cm}} = \frac{5\text{ cm}}{2{,}5\text{ cm}} = 2 \qquad \frac{\beta}{2} = 63{,}43° \quad\Rightarrow\quad \beta = 126{,}9°$$

Tipp zu Aufgabe 10
Du kennst auch schon den Sinus.

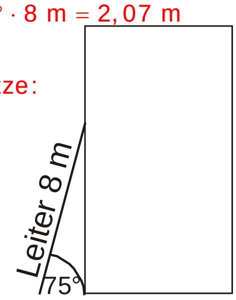
Aufgabe 10
Eine 8 Meter lange Leiter steht an einer Hauswand und bildet mit dem Boden einen Winkel
von 75°.
a) Wie weit steht die Leiter von der Hauswand entfernt?
b) In welcher Höhe trifft die Leiter auf die Hauswand?
Mache eine Skizze und berechne.

Lösung zu 10

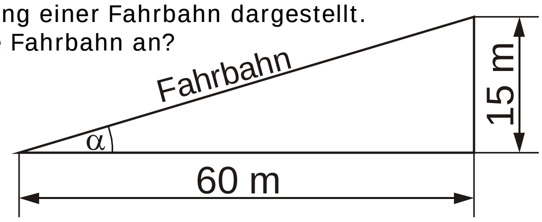
$$\cos 75° = \frac{\text{Entfernung Wand}}{8\text{ m}}\text{ ; Entfernung Wand} = \cos 75°\cdot 8\text{ m} = 2{,}07\text{ m}$$

$$\sin 75° = \frac{\text{Höhe}}{8\text{ m}}\text{ ; Höhe} = \sin 75°\cdot 8\text{ m} = 7{,}73\text{ m}$$

Skizze:



Aufgabe 11
In der Abbildung ist die Steigung einer Fahrbahn dargestellt.
In welchem Winkel α steigt die Fahrbahn an?

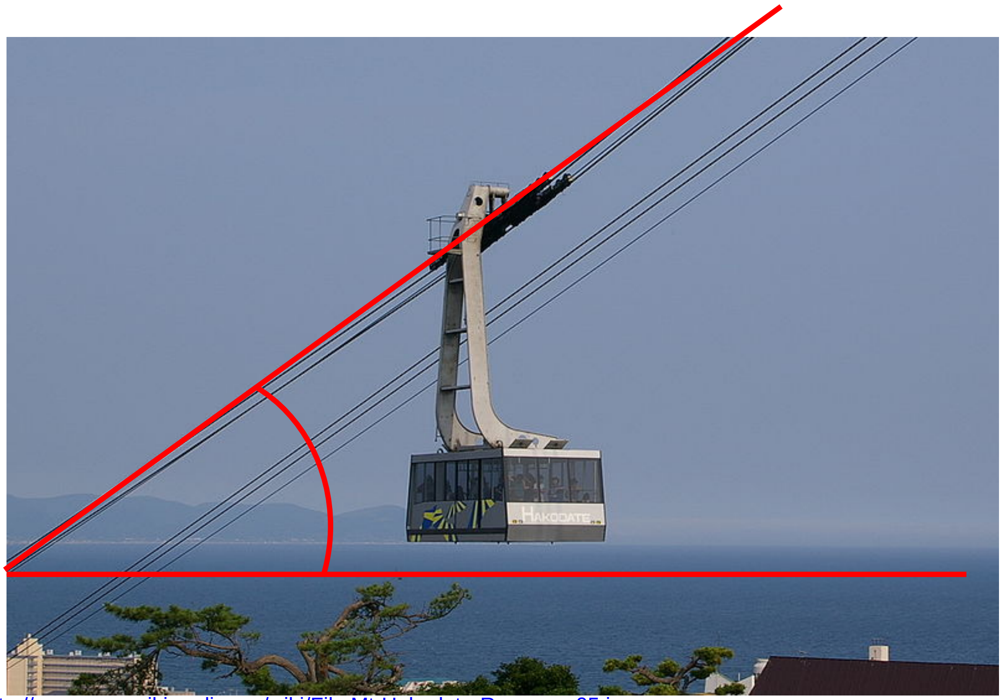


Lösung zu 11

$$\tan\alpha = \frac{15\text{ m}}{60\text{ m}} = 0{,}25\text{ ; }\alpha = 14{,}0°$$

Rückblick

Aufgabe aus dem Lern-modul	**Das habe ich mit dieser Aufgabe gelernt:**	Bearbeitet am:	Kontrolliert am:	Das kann ich gut!	Hier habe ich noch Fragen.	Das hat noch nicht richtig geklappt.
1,2	Ich kann gegebene Größen am Dreieck richtig markieren und daran die Winkelfunktionen Kosinus und Tangens veranschaulichen.					
3	Ich kann mit Hilfe der Winkelfunktionen den Kosinus und Tangens eines Winkels berechnen.					
4	Ich kann an vorgegebenen rechtwinkligen Dreiecken sowohl anhand der Seitenverhältnisse den Kosinus oder Tangens, als auch anhand des Kosinus oder Tangens das Seitenverhältnis bestimmen.					
5	Ich kann den Kosinus oder Tangens eines Winkels mit dem Taschenrechner berechnen.					
6	Ich kann den Winkel anhand des Kosinus oder Tangens mit dem Taschenrechner berechnen.					
7	Ich kann an gezeichneten Dreiecken Winkel oder Seitenlängen mit Hilfe des Kosinus oder Tangens berechnen.					
8	Ich kann anhand von gegebenen Werten eine hilfreiche Skizze erstellen und mit Hilfe des Kosinus oder Tangens fehlende Seitenlängen und Winkel berechnen.					
9	Ich kann an geometrischen Figuren Winkel mit Hilfe des Tangens berechnen.					
10,11	Ich kann in Sachsituationen Winkel mit Hilfe des Kosinus oder Tangens berechnen.					



http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Mt-Hakodate-Ropeway-05.jpg

Lernmodul Mathematik

Name: Datum:

Winkelfunktionen
Baustein 4: Anwenden

Ich kann in verschiedenen Anwendungssituationen Aufgaben mit Hilfe der Winkelfunktionen berechnen.

BP 2012 Kompetenz Klasse 10	*Die Schülerinnen und Schüler können Streckenlängen und Winkelgrößen unter Nutzung [...] der Winkelfunktionen [...] berechnen.*		
Vorkenntnisse	*- Winkelfunktion Sinus, Kosinus und Tangens veranschaulichen und berechnen*		
Erledigt am		**Zeitumfang**	etwa 4 Stunden

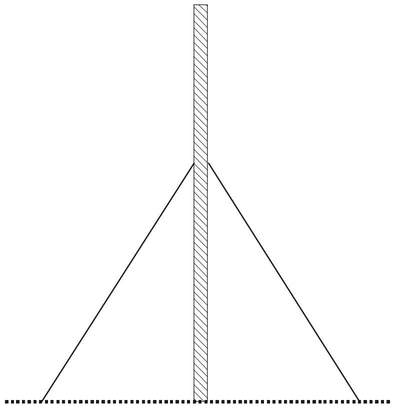
Lernweg – Entdecken und erkunden

GRUNDWISSEN
Die Grundfigur für Berechnungen mit den Winkelfunktionen ist das Dreieck. Um bei Anwendungssituationen Berechnungen durchzuführen, muss man immer herausfinden, wie das entsprechende Dreieck für die Berechnung aussieht. Wenn man dies herausgefunden hat, kann man folgendermaßen vorgehen:

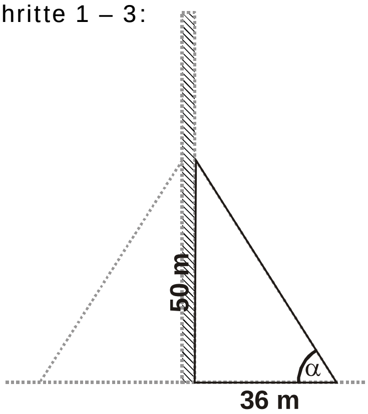
1. Das Dreieck, das man erkannt hat, skizzieren.
2. Alle gegebenen Maße am skizzierten Dreieck einzeichnen.
3. Die gesuchte Größe markieren (z.B. rot)
4. Anhand der Skizze die Winkelfunktion herausfinden, die zur Berechnung nötig ist.
5. Winkelfunktion hinschreiben und gegebene Maße eintragen.
6. Die gesuchte Größe berechnen.

Beispielaufgabe: Hier sind die 6 Schritte an einer Aufgabe verdeutlicht:

Ein Turm ist mit Drahtseilen befestigt.
Die 50 m langen Drahtseile sind am Turm in einer Höhe von 36 m angebracht.
Welchen Winkel bilden die Drahtseile mit dem Erdboden?



Schritte 1 – 3:



Schritte 4 – 6:

$$\tan\alpha = \frac{\text{Gegenkathete von }\alpha}{\text{Ankathete von }\alpha} = \frac{50\text{ m}}{36\text{ m}}$$

$= 1{,}389 \qquad \alpha \approx 54{,}2°$

Aufgabe 1: Löse diese Aufgabe mit Hilfe der 6 Schritte.

Die abgebildete Mauer ist 6 Meter hoch und wirft einen 11 Meter langen Schatten.

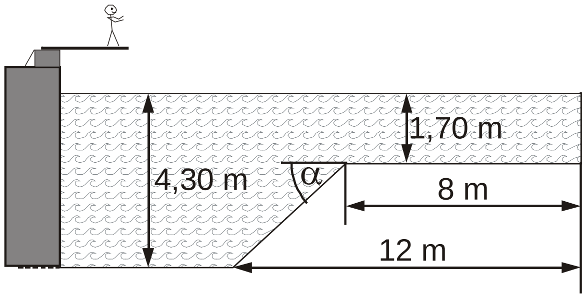
In welchem Winkel treffen die Sonnenstrahlen auf die Erde?

Schritte 1 – 3:

Schritte 4 – 6:

Aufgabe 2
In der Zeichnung ist ein Teil eines Schwimmbeckens abgebildet. Das Becken hat eine Schräge am Schwimmbadboden.

In welchem Winkel fällt die Schräge nach unten ab?



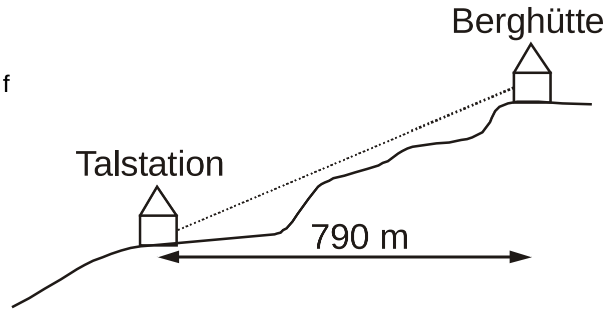
Tipp zu Aufgabe 2
Durch die Subtraktion von je zwei Längenmaßen kannst du die Länge der Dreiecksseiten berechnen.
Der Tangens hilft.

Aufgabe 3
Ein Schwimmer schwimmt durch einen 50 Meter breiten Fluss. Durch die Strömung wird er 15 Meter flussabwärts getrieben, bis er am anderen Ufer ist.
a) In welchem Winkel ist er an das andere Ufer geschwommen?
b) Wie viel Meter ist er tatsächlich geschwommen?

Tipp zu Aufgabe 3
Eine Skizze und die Winkelfunktionen Sinus und Tangens helfen.

Aufgabe 4
Eine Materialseilbahn geht von der Talstation (830 m ü.M.) auf eine Berghütte (1270 ü.M.).

Welchen Steigungswinkel hat das Seil der Seilbahn?



Tipp zu Aufgabe 4
Den Höhen-unterschied zwischen Berghütte und Talstation berechnen. Dann hilft der Tangens bei der Berechnung.

Aufgabe 5
Eine Rampe ist 5 m lang. Sie darf einen Steigungswinkel von maximal 12° haben.
Welchen Höhenunterschied kann man mit ihr maximal überwinden?.

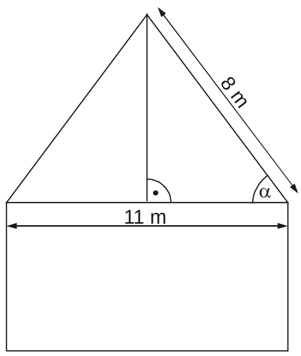
Tipp zu Aufgabe 5
Eine Skizze und der Sinus helfen.

Aufgabe 6
Bettina sieht die Spitze des 161 m hohen Ulmer Münsters.
Sie misst den Höhenwinkel zur Spitze und bekommt 18° heraus.

Wie weit steht sie von der Spitze entfernt?

Tipp zu Aufgabe 6
Eine Skizze und der Sinus helfen.

Aufgabe 7
Welchen Neigungswinkel α hat das Dach des Hauses?

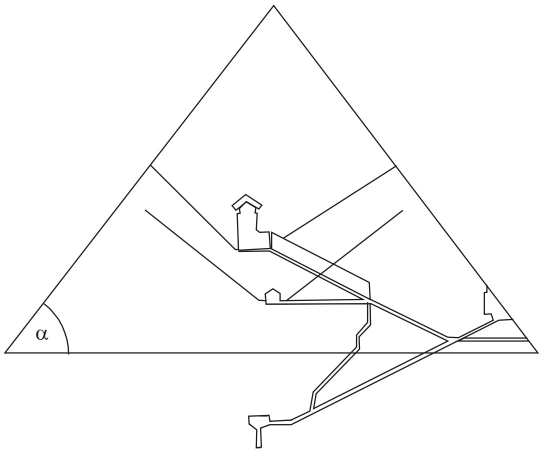


Tipp zu Aufgabe 7
Durch Einzeichnen der Dreieckshöhe bekommst du ein rechtwinkliges Dreieck.
Mit dem halben Maß für die Grundseite und dem Kosinus kannst du α berechnen.

Tipp zu Aufgabe 8
Bekannte Maßangaben in die Skizze eintragen. Ein rechtwinkliges Dreieck einzeichnen.

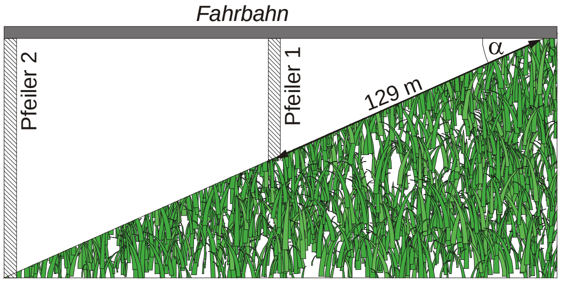
Aufgabe 8
Die Cheopspyramide hat eine quadratische Grundfläche mit $a = 230$ m.
Die Höhe der Pyramide beträgt 146 m.

Berechne den Neigungswinkel α der Seitenfläche.

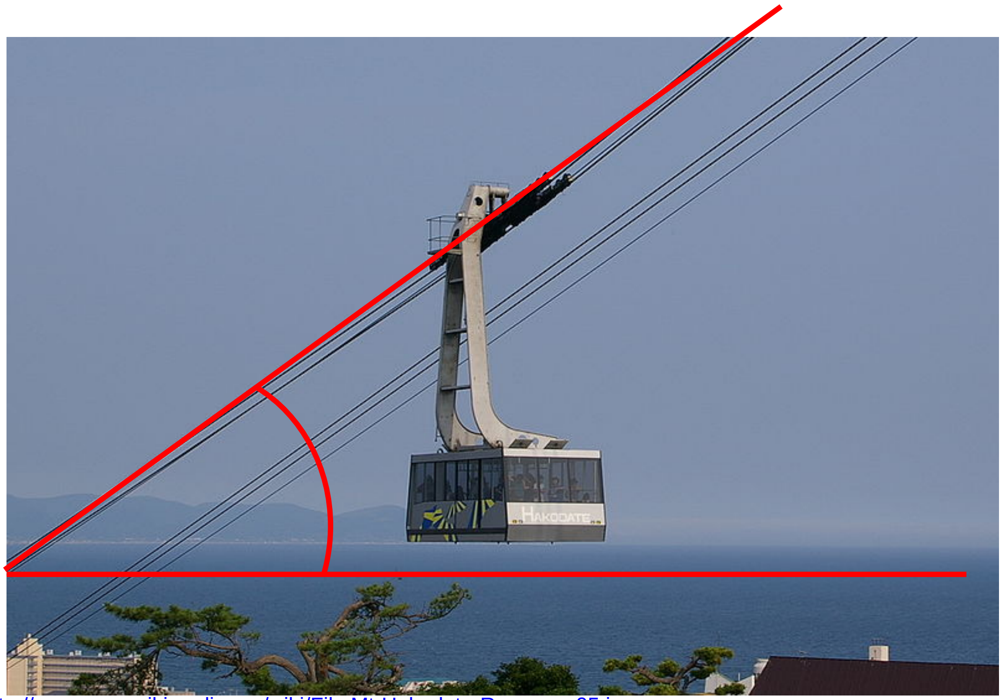


Aufgabe 9
Die Strecke vom Beginn der Brücke bis zum ersten Pfeiler beträgt 120 m, der zweite Pfeiler ist nochmals 120 m vom ersten Pfeiler entfernt.

Berechne den Winkel α und die Höhe von Pfeiler 1 und 2.



Aufgabe aus dem Lern-modul	**Das habe ich mit dieser Aufgabe gelernt:**	Bearbeitet am:	Kontrolliert am:	Das kann ich gut!	Hier habe ich noch Fragen.	Das hat noch nicht richtig geklappt.
	Lernweg: Anwenden					
1	Ich kann zu einer Anwendungssituation eine hilfreiche Skizze erstellen, die das Berechnen fehlender Größen erleichtert. Ich kann nach einem Lösungsschema vorgehen.					
2	Ich kann in Anwendungssituationen Winkel in geometrischen Sachverhalten berechnen.					
3,4	Ich kann in Anwendungssituationen Winkel zu Sachverhalten berechnen (z.B. Steigungswinkel).					
5,6,7	Ich kann in Anwendungssituationen fehlende Längen (hier die Hypothenuse) in Sachverhalten berechnen.					
8, 9	Ich kann in komplexeren Sachverhalten Größen mit Hilfe der Winkelfunktionen berechnen.					



http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Mt-Hakodate-Ropeway-05.jpg

Lernmodul Mathematik

Name: Datum:

Winkelfunktionen
Baustein 4: Anwenden
LÖSUNGEN

Ich kann in verschiedenen Anwendungssituationen Aufgaben mit Hilfe der Winkelfunktionen berechnen.

BP 2012 Kompetenz Klasse 10	*Die Schülerinnen und Schüler können Streckenlängen und Winkelgrößen unter Nutzung […] der Winkelfunktionen […] berechnen.*		
Vorkenntnisse	*- Winkelfunktion Sinus, Kosinus und Tangens veranschaulichen und berechnen*		
Erledigt am		**Zeitumfang**	etwa 4 Stunden

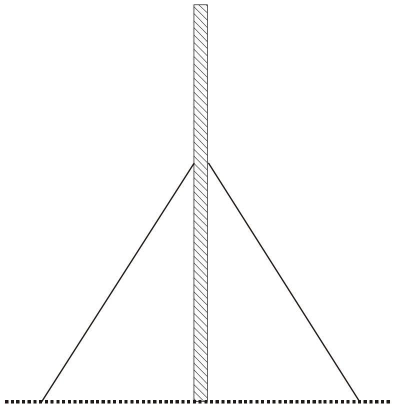
Lernweg – Entdecken und erkunden

GRUNDWISSEN
Die Grundfigur für Berechnungen mit den Winkelfunktionen ist das Dreieck. Um bei Anwendungssituationen Berechnungen durchzuführen, muss man immer herausfinden, wie das entsprechende Dreieck für die Berechnung aussieht. Wenn man dies herausgefunden hat, kann man folgendermaßen vorgehen:

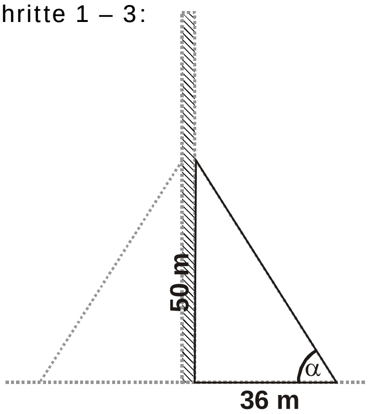
1. Das Dreieck, das man erkannt hat, skizzieren.
2. Alle gegebenen Maße am skizzierten Dreieck einzeichnen.
3. Die gesuchte Größe markieren (z.B. rot)
4. Anhand der Skizze die Winkelfunktion herausfinden, die zur Berechnung nötig ist.
5. Winkelfunktion hinschreiben und gegebene Maße eintragen.
6. Die gesuchte Größe berechnen.

Beispielaufgabe: Hier sind die 6 Schritte an einer Aufgabe verdeutlicht:

Ein Turm ist mit Drahtseilen befestigt.
Die 50 m langen Drahtseile sind am Turm in einer Höhe von 36 m angebracht.
Welchen Winkel bilden die Drahtseile mit dem Erdboden?



Schritte 1 – 3:



Schritte 4 – 6:

$$\tan\alpha = \frac{\text{Gegenkathete von }\alpha}{\text{Ankathete von }\alpha} = \frac{50\text{ m}}{36\text{ m}}$$

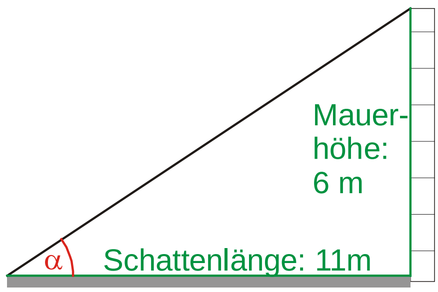
$= 1{,}389 \qquad \alpha \approx 54{,}2°$

Aufgabe 1: Löse diese Aufgabe mit Hilfe der 6 Schritte.

Die abgebildete Mauer ist 6 Meter hoch und wirft einen 11 Meter langen Schatten.

In welchem Winkel treffen die Sonnenstrahlen auf die Erde?

Schritte 1 – 3:



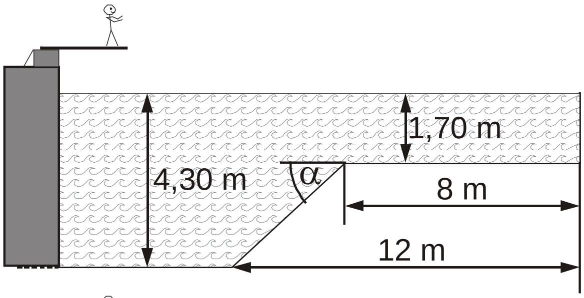
Schritte 4 – 6:

$$\tan\alpha = \frac{\text{Gegenkathete von }\alpha}{\text{Ankathete von }\alpha} = \frac{6\text{ m}}{11\text{ m}} = 0{,}545$$

$\alpha = 28{,}6°$

Aufgabe 2
In der Zeichnung ist ein Teil eines Schwimmbeckens abgebildet. Das Becken hat eine Schräge am Schwimmbadboden.

In welchem Winkel fällt die Schräge nach unten ab?



Tipp zu Aufgabe 2
Durch die Subtraktion von je zwei Längenmaßen kannst du die Länge der Dreiecksseiten berechnen.
Der Tangens hilft.

Lösung zu 2:

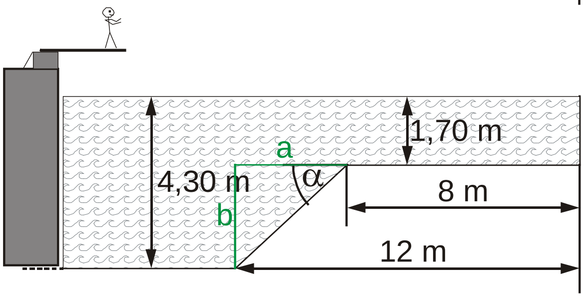
$a = 12\text{ m} - 8\text{ m} = 4\text{ m}$

$b = 4{,}30\text{ m} - 1{,}70\text{ m} = 2{,}60\text{ m}$

$\tan\alpha = \dfrac{\text{Gegenkathete von }\alpha}{\text{Ankathete von }\alpha}$

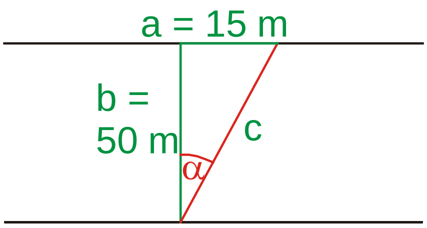
$= \dfrac{2{,}60\text{ m}}{4\text{ m}} = 0{,}65$

$\alpha = 33°$



Aufgabe 3
Ein Schwimmer schwimmt durch einen 50 Meter breiten Fluss. Durch die Strömung wird er 15 Meter flussabwärts getrieben, bis er am anderen Ufer ist.
a) In welchem Winkel ist er an das andere Ufer geschwommen?
b) Wie viel Meter ist er tatsächlich geschwommen?

Tipp zu Aufgabe 3
Eine Skizze und die Winkelfunktionen Sinus und Tangens helfen.



Lösung zu 3a):

$\tan\alpha = \dfrac{a}{b} = \dfrac{15\text{ m}}{50\text{ m}} = 0{,}3$

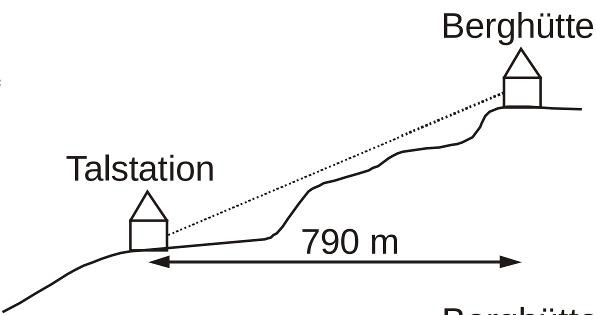
$\alpha = 16{,}7°$

Lösung zu 3b):

$\sin\alpha = \dfrac{a}{c} = \dfrac{15\text{ m}}{c}$; $c = \dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{15\text{ m}}{0{,}287} = 52{,}3\text{ m}$

Aufgabe 4
Eine Materialseilbahn geht von der Talstation (830 m ü.M.) auf eine Berghütte (1270 ü.M.).

Welchen Steigungswinkel hat das Seil der Seilbahn?



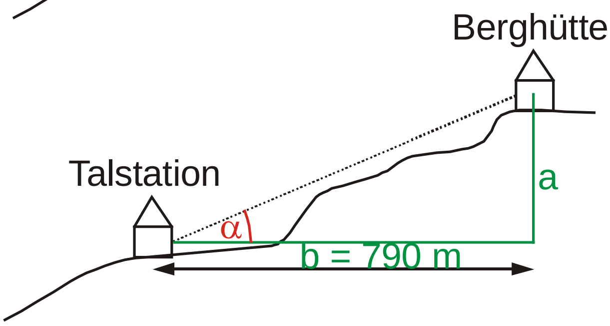
Tipp zu Aufgabe 4
Den Höhenunterschied zwischen Berghütte und Talstation berechnen. Dann hilft der Tangens bei der Berechnung.

Lösung zu 4:

$a = 1\,270\text{ m} - 830\text{ m} = 440\text{ m}$

$\tan\alpha = \dfrac{a}{b} = \dfrac{440\text{ m}}{790\text{ m}} = 0{,}557$

$\alpha = 29{,}1°$



Aufgabe 5
Eine Rampe ist 5 m lang. Sie darf einen Steigungswinkel von maximal 12° haben.
Welchen Höhenunterschied kann man mit ihr maximal überwinden?.

Tipp zu Aufgabe 5
Eine Skizze und der Sinus helfen.

Lösung zu 5:

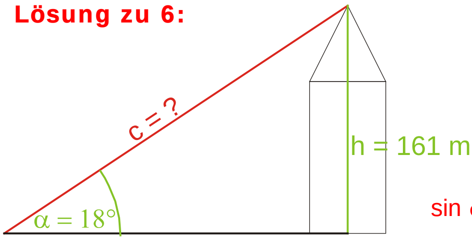
$\sin\alpha = \frac{h}{c}$ also $h = \sin\alpha \cdot c = \sin 10° \cdot 5\text{ m} \approx 1{,}04\text{ m}$

Aufgabe 6
Bettina sieht die Spitze des 161 m hohen Ulmer Münsters.
Sie misst den Höhenwinkel zur Spitze und bekommt 18° heraus.

Wie weit steht sie von der Spitze entfernt?

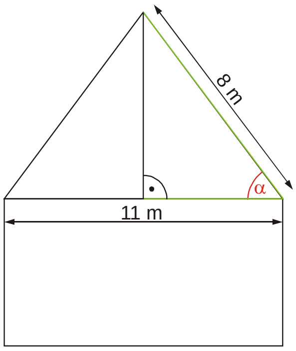
Tipp zu Aufgabe 6
Eine Skizze und der Sinus helfen.

Lösung zu 6:



$\sin\alpha = \frac{h}{c}$ also $c = \frac{h}{\sin\alpha} = \frac{161\text{ m}}{\sin 18°} = 521\text{ m}$

Aufgabe 7
Welchen Neigungswinkel α hat das Dach des Hauses?



Tipp zu Aufgabe 7
Durch Einzeichnen der Dreieckshöhe bekommst du ein rechtwinkliges Dreieck.
Mit dem halben Maß für die Grundseite und dem Kosinus kannst du α berechnen.

Lösung zu 7:

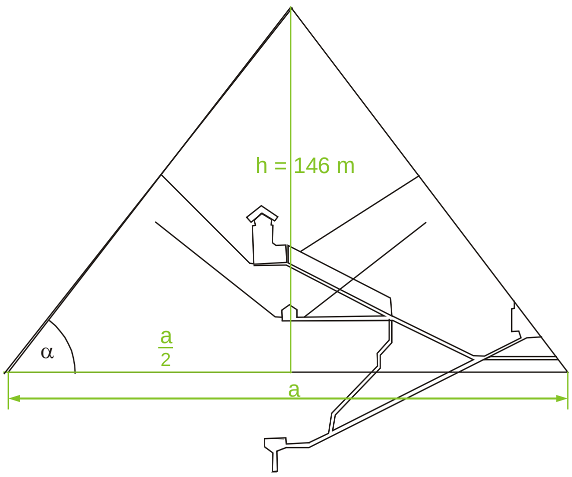
$\cos\alpha = \frac{0{,}5 \cdot 11\text{m}}{8\text{ m}} = \frac{5{,}5\text{ m}}{8\text{ m}} = 0{,}6875$

$\alpha = 46{,}6°$

Tipp zu Aufgabe 8
Bekannte Maßangaben in die Skizze eintragen.
Ein rechtwinkliges Dreieck einzeichnen.

Aufgabe 8
Die Cheopspyramide hat eine quadratische Grundfläche mit a = 230 m.
Die Höhe der Pyramide beträgt 146 m.

Berechne den Neigungswinkel α der Seitenfläche.



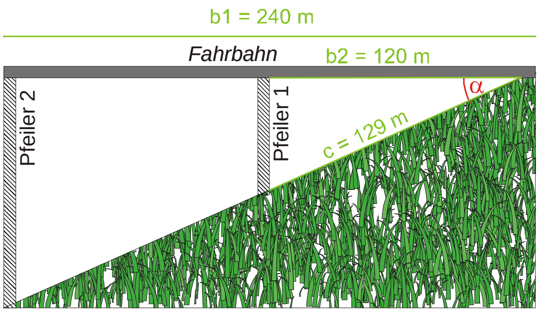
Lösung zu 8:

$\tan\alpha = \frac{146\text{ m}}{0{,}5 \cdot 230\text{ m}} = 1{,}2696$

$\alpha = 51{,}8°$

Aufgabe 9
Die Strecke vom Beginn der Brücke bis zum ersten Pfeiler beträgt 120 m, der zweite Pfeiler ist nochmals 120 m vom ersten Pfeiler entfernt.

Berechne den Winkel α und die Höhe von Pfeiler 1 und 2.



Lösung zu 9:

$\cos\alpha = \frac{b2}{c} = \frac{120\,m}{129\,m} = 0{,}9302 \quad ; \quad \alpha = 21{,}5°$

Höhe Pfeiler 1:

$\sin\alpha = \frac{h_{Pfeiler1}}{c} \quad \Rightarrow \quad h_{Pfeiler1} = \sin\alpha \cdot c = \sin 21{,}5° \cdot 129\ m = 47{,}28\ m$

$\tan\alpha = \frac{h_{Pfeiler2}}{b1} \quad \Rightarrow \quad h_{Pfeiler2} = \tan\alpha \cdot b1 = \tan 21{,}5° \cdot 240\ m = 94{,}54\ m$

Aufgabe aus dem Lern-modul	**Das habe ich mit dieser Aufgabe gelernt:**	Bearbeitet am:	Kontrolliert am:	Das kann ich gut!	Hier habe ich noch Fragen.	Das hat noch nicht richtig geklappt.
	Lernweg: Anwenden					
1	Ich kann zu einer Anwendungssituation eine hilfreiche Skizze erstellen, die das Berechnen fehlender Größen erleichtert. Ich kann nach einem Lösungsschema vorgehen.					
2	Ich kann in Anwendungssituationen Winkel in geometrischen Sachverhalten berechnen.					
3,4	Ich kann in Anwendungssituationen Winkel zu Sachverhalten berechnen (z.B. Steigungswinkel).					
5,6,7	Ich kann in Anwendungssituationen fehlende Längen (hier die Hypothenuse) in Sachverhalten berechnen.					
8, 9	Ich kann in komplexeren Sachverhalten Größen mit Hilfe der Winkelfunktionen berechnen.					

http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Segelregatta_Elbe_03.jpg

Lernmodul Mathematik

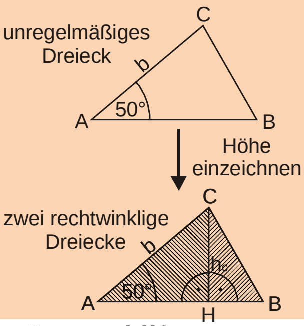
Name: Datum:

Winkelfunktionen
Baustein 5: Unregelmäßige Dreiecke

Ich kann mit Hilfe der Winkelfunktionen Berechnungen an unregelmäßigen Dreiecken vornehmen.

BP 2012 Kompetenz Klasse 10	*Die Schülerinnen und Schüler können Streckenlängen und Winkelgrößen unter Nutzung […] der Winkelfunktionen […] berechnen.*		
Vorkenntnisse	*- Winkelfunktion Sinus, Kosinus und Tangens erkennen, veranschaulichen und berechnen*		
Erledigt am		**Zeitumfang**	etwa 4 Stunden

Lernweg – Anwenden



GRUNDWISSEN
Seither hast du mit den Winkelfunktionen fehlende Seiten und Winkel nur an **rechtwinkligen Dreiecken** berechnet.

Du kannst durch das Zerlegen in rechtwinklige Dreiecke die Winkelfunktionen aber auch für Berechnungen an **unregelmäßigen Dreiecken** anwenden.

Wenn man eine **Höhe** in ein unregelmäßiges Dreieck einzeichnet, bekommt man immer **zwei rechtwinklige Dreiecke**.

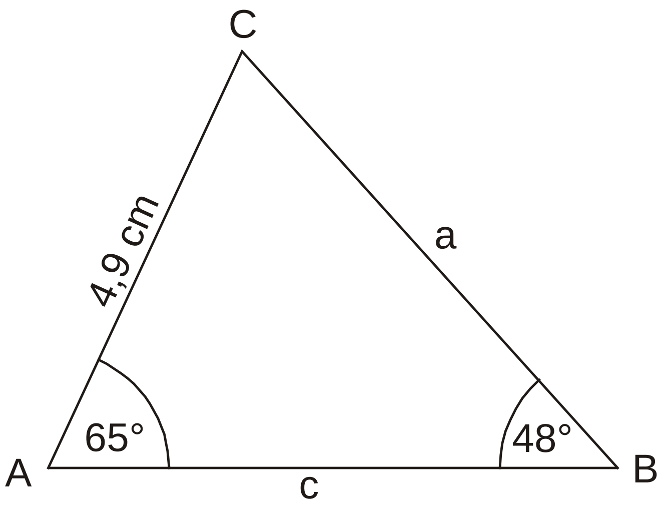
Damit man Berechnungen vornehmen kann, muss die **Höhe so eingezeichnet** werden, dass in einem der beiden rechtwinkligen Dreiecke mindestens **eine Seitenlänge** und **ein Winkel gegeben** ist.

Lösungshilfen:
1. Schritt: Zeichne eine Höhe h_c so ein, dass in einem der entstehenden rechtwinkligen Dreiecke mindestens ein Winkel und eine Seitenlänge gegeben ist.
2. Schritt: Berechne die Länge der eingezeichneten Höhe mit sin α.
3. Schritt: Berechne die Seite a mit sin β.
4. Schritt: Berechne mit den entsprechenden Winkelfunktionen die Länge c_1 und c_2 mit dem Kosinus, damit du c berechnen kannst.
c_1 ist die Strecke AH (H ist der Fußpunkt der Höhe)
c_2 ist die Strecke BH.
5. Schritt: Berechne den Winkel χ über die Winkelsumme.

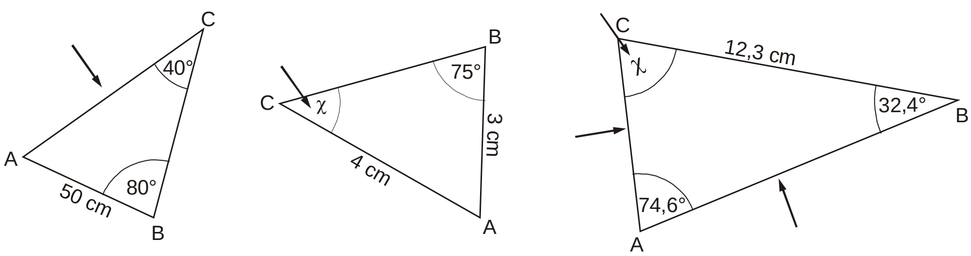
Tipp zu Aufgabe 1
Natürlich kannst du Winkel χ auch über die Winkelsumme berechnen

Tipp zu Aufgabe 2
Zeichne alle Höhen ein.
Überlege, mit welcher Höhe zuerst eine fehlende Größe berechnet werden kann.

Aufgabe1
Berechne im unten abgebildeten Dreieck die Seiten a und c und den Winkel χ.



Aufgabe 2
Berechne die mit dem Pfeil markierten Größen der Dreiecke.

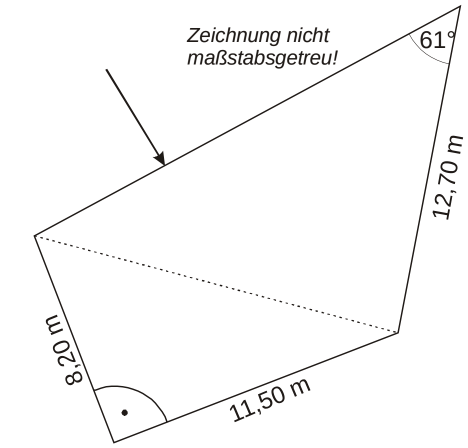


Aufgabe 3
Trage die Maße in eine Dreiecksskizze ein und berechne alle fehlenden Seiten und Winkel des Dreiecks.

a) $a = 11$ cm, $c = 14$ cm, $\chi = 57°$
b) $b = 21$ cm, $\beta = 54°$, $\chi = 70$
c) $\alpha = 37{,}5°$, $\chi = 77{,}7°$, $b = 4{,}3$ cm

Tipp zu Aufgabe 3
Eine Skizze erstellen: Zeichne freihand ein beliebiges Dreieck. Beschrifte das Dreieck und zeichne alle gegebenen Maße (Winkel, Längen) mit Farbe ein.

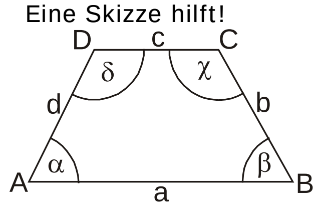
Aufgabe 4
Berechne die mit dem Pfeil gekennzeichnete Strecke des Vierecks.



Aufgabe 5
Gegeben ist ein Trapez mit $a = 13$ cm; $c = 2$ cm; $\alpha = 65°$ und $h_a = 6$ cm.

a) Berechne alle fehlenden Seiten und Winkel von diesem Trapez.
b) Wie groß sind Umfang und Flächeninhalt des Trapezes?

Tipp zu Aufgabe 5
Eine Skizze hilft!



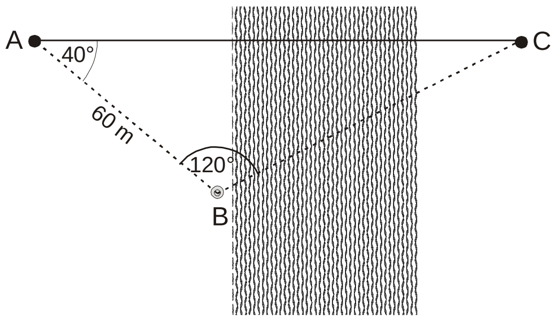
Aufgabe 6
Gegeben ist ein Parallelogramm, von dem folgende drei Koordinaten gegeben sind: A (1/2); B (5/0); C (7/2)

a) Zeichne das Parallelogramm in ein Koordinatensystem (1 LE = 1 cm) ein, ermittle hierzu die fehlende Koordinate D.
b) Berechne die Größe aller Seiten und Winkel des Parallelogramms.

Tipp zu Aufgabe 6 b
Um die Seitenlängen zu berechnen helfen dir rechtwinklige Dreiecke, die außerhalb des Parallelogramms liegen.

Aufgabe 7
Zwischen den Punkten A und C soll eine Leitung gespannt werden.
Der Winkel α und der Winkel β am Messpunkt B konnten bestimmt werden.
Zudem konnte die Strecke AB ausgemessen werden.

Wie lang muss die Leitung von A nach C sein?

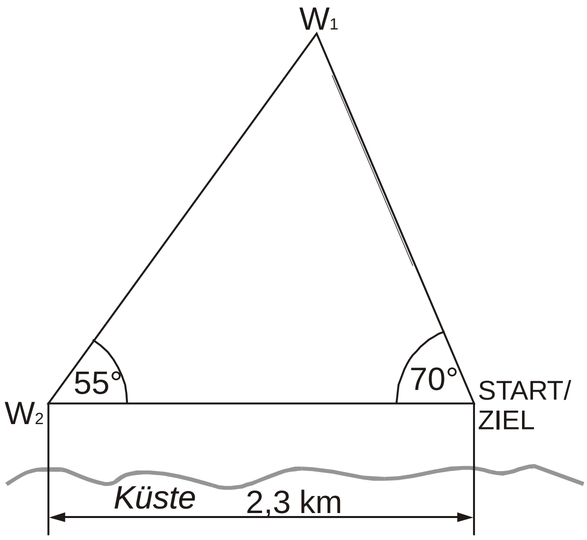


Tipp zu Aufgabe 7
Du kannst χ über die Winkelsumme berechnen.
Zeichne die Höhe h_b ein. Nun kannst du die Strecke AH (mit dem Kosinus) und h_b (mit dem Sinus) berechnen.
Nun berechne die Strecke HC. Durch Addition von AH und HC erhältst du die Strecke AC.

Aufgabe 8

Bei einer Segelregatta geht der Kurs wie in der Abbildung angegeben vom Startpunkt über den Wendepunkt W_1. Danach muss der Wendepunkt W_2 umfahren werden und dann geht es 2,3 km an der Küste entlang zurück zum Startpunkt.

Wie lang ist die gesamte Strecke?



Tipp zu Aufgabe 9

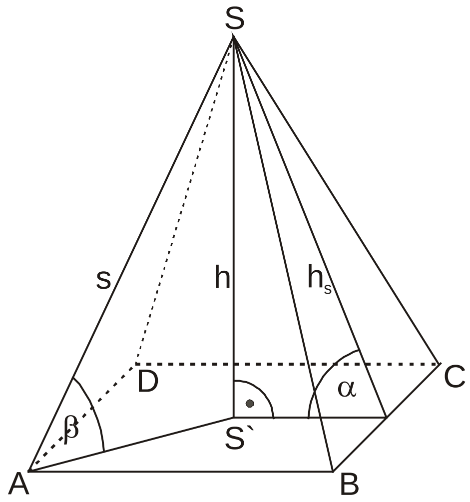
Denke beim Lösen beider Aufgabenteile an den Pythagoras, er muss vor den Winkelfunktionen angewendet werden.

Aufgabe 9

Ein Turmdach hat die Form einer Pyramide.
Die Grundfläche ist quadratisch mit einer Kantenlänge von 6,5 Meter.
Das Turmdach hat eine Höhe von 4,5 Meter.

a) Berechne die Höhe h_s der Seitenfläche und den Winkel α.

b) Berechne die Strecke AS und den Winkel β.



Aufgabe aus dem Lern-modul	**Das habe ich mit dieser Aufgabe gelernt:**	Bearbeitet am:	Kontrolliert am:	Das kann ich gut!	Hier habe ich noch Fragen.	Das hat noch nicht richtig geklappt.
1,2	Ich kann bei beliebigen Dreiecken Winkel und Seitenlängen mit den Winkelfunktionen berechnen.					
3	Ich kann Angaben zu unregelmäßigen Dreiecken in eine Skizze eintragen und fehlende Seitenlängen mit den Winkelfunktionen berechnen.					
4,5,6	Ich kann fehlende Seitenlängen und Winkel in Vierecken mit Hilfe der Winkelfunktionen berechnen.					
7,8	Ich kann mit Hilfe der Winkelfunktionen Winkel und Längen in Sachsituationen berechnen.					
9	Ich kann mit Hilfe der Winkelfunktionen Kanten und Längen an geometrischen Körpern (hier Pyramide) berechnen.					

http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Segelregatta_Elbe_03.jpg

Lernmodul Mathematik

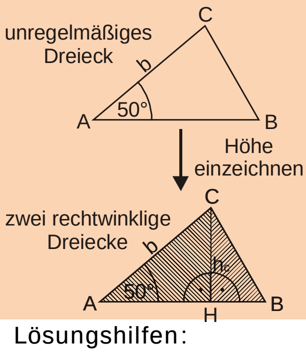
Name: Datum:

Winkelfunktionen
Baustein 5: Unregelmäßige Dreiecke
Lösungen

Ich kann mit Hilfe der Winkelfunktionen Berechnungen an unregelmäßigen Dreiecken vornehmen.

BP 2012 Kompetenz Klasse 10	*Die Schülerinnen und Schüler können Streckenlängen und Winkelgrößen unter Nutzung […] der Winkelfunktionen […] berechnen.*		
Vorkenntnisse	*- Winkelfunktion Sinus, Kosinus und Tangens . erkennen, veranschaulichen und berechnen*		
Erledigt am		**Zeitumfang**	etwa 4 Stunden

Lernweg – Anwenden



GRUNDWISSEN
Seither hast du mit den Winkelfunktionen fehlende Seiten und Winkel nur an **rechtwinkligen Dreiecken** berechnet.

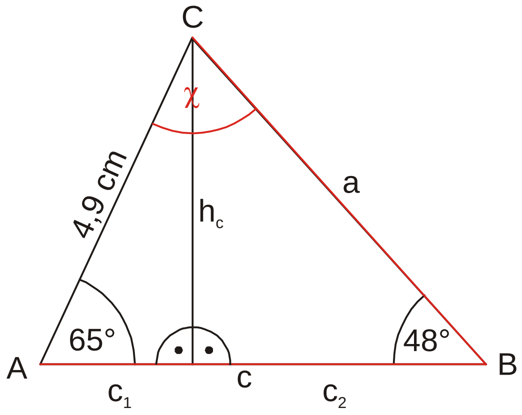
Du kannst durch das Zerlegen in rechtwinklige Dreiecke die Winkelfunktionen aber auch für Berechnungen an **unregelmäßigen Dreiecken** anwenden.

Wenn man eine **Höhe** in ein unregelmäßiges Dreieck einzeichnet, bekommt man immer **zwei rechtwinklige Dreiecke**.

Damit man Berechnungen vornehmen kann, muss die **Höhe so eingezeichnet** werden, dass in einem der beiden rechtwinkligen Dreiecke mindestens **eine Seitenlänge** und **ein Winkel gegeben** ist.

Lösungshilfen:
1. Schritt: Zeichne eine Höhe h_c so ein, dass in einem der entstehenden rechtwinkligen Dreiecke mindestens ein Winkel und eine Seitenlänge gegeben ist.
2. Schritt: Berechne die Länge der eingezeichneten Höhe mit sin α.
3. Schritt: Berechne die Seite a mit sin β.
4. Schritt: Berechne mit den entsprechenden Winkelfunktionen die Länge c_1 und c_2 mit dem Kosinus, damit du c berechnen kannst.
c_1 ist die Strecke AH (H ist der Fußpunkt der Höhe)
c_2 ist die Strecke BH.
5. Schritt: Berechne den Winkel χ über die Winkelsumme.
Tipp zu Aufgabe 1
Natürlich kannst du Winkel χ auch über die Winkelsumme berechnen

Aufgabe1
Berechne im unten abgebildeten Dreieck die Seiten a und c und den Winkel χ.



1. Schritt siehe Zeichnung
2. Schritt h_c berechnen:

$$\sin\alpha = \frac{h_c}{b} \quad \text{also} \quad h_c = \sin\alpha \cdot b = \sin 65° \cdot 4{,}9\text{ cm} = 4{,}4\text{ cm}$$

3. Schritt a berechnen:

$$\sin\alpha = \frac{h_c}{a} \quad \text{also} \quad a = \frac{h_c}{\sin\alpha} = \frac{4{,}44\text{ cm}}{\sin 48} = 6{,}0\text{ cm}$$

4. Schritt c_1 berechnen:

$$\cos\alpha = \frac{c_1}{b} \quad \text{also} \quad c_1 = \cos\alpha \cdot b = \cos 65° \cdot 4{,}9\text{ cm} = 2{,}1\text{ cm}$$

c_2 berechnen:

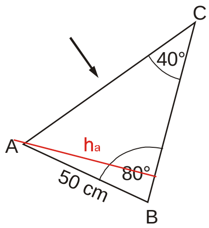
$$\cos\beta = \frac{c_2}{a} \quad \text{also} \quad c_2 = \cos\beta \cdot a = \cos 48° \cdot 6{,}0\text{ cm} = 4{,}0\text{ cm}$$

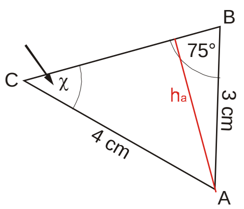
$$c = c_1 + c_2 = 2{,}1\text{ cm} + 4{,}0\text{ cm} = 6{,}1\text{ cm}$$

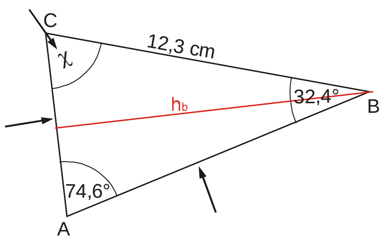
5. Schritt: $\chi = 180° - 65° - 48° = 67°$

Tipp zu Aufgabe 2
Zeichne alle Höhen ein.
Überlege, mit welcher Höhe zuerst eine fehlende Größe berechnet werden kann.

Aufgabe 2
Berechne die mit dem Pfeil markierten Größen der Dreiecke.







Lösung zu 2a):

$\sin \beta = \frac{h_a}{c}$ also $h_a = \sin \beta \cdot c = \sin 80° \cdot 50\text{ cm} = 49{,}2\text{ cm}$

$\sin \chi = \frac{h_a}{b}$ also $b = \frac{h_a}{\sin \chi} = \frac{49{,}2}{\sin 40°} = \mathbf{76{,}5\text{ cm}}$

Lösung zu 2b):

$\sin \beta = \frac{h_a}{c}$ also $h_a = \sin \beta \cdot c = \sin 75° \cdot 3\text{ cm} = 2{,}9\text{ cm}$

$\sin \chi = \frac{h_a}{b} = \frac{2{,}9\text{ cm}}{4\text{ cm}} = 0{,}725$ also $\chi = \mathbf{46{,}5°}$

Lösung zu 2c):

$\chi = 180° - 74{,}6° - 32{,}4° = \mathbf{73°}$

$\sin \chi = \frac{h_b}{a}$; $h_b = \sin \chi \cdot a = \sin 73° \cdot 12{,}3\text{ cm} = 11{,}8\text{ cm}$

$\sin \alpha = \frac{h_b}{c}$; $c = \frac{h_b}{\sin \alpha} = \frac{11{,}8\text{ cm}}{\sin 74{,}6°} = \mathbf{12{,}2\text{ cm}}$

$\tan \chi = \frac{h_b}{b_1}$; $b_1 = \frac{h_b}{\tan \chi} = \frac{11{,}8\text{ cm}}{\tan 73°} = 3{,}6\text{ cm}$

$\tan \alpha = \frac{h_b}{b_2}$; $b_2 = \frac{h_b}{\tan \alpha} = \frac{11{,}8\text{ cm}}{\tan 74{,}6°} = 3{,}3\text{ cm}$

$b = b_1 + b_2 = 3{,}6\text{ cm} + 3{,}3\text{ cm} = \mathbf{6{,}9\text{ cm}}$

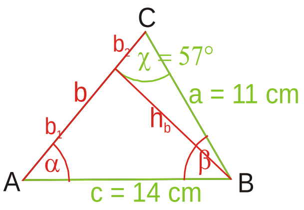
Aufgabe 3

Trage die Maße in eine Dreiecksskizze ein und berechne alle fehlenden Seiten und Winkel des Dreiecks.

a) $a = 11\text{ cm}$, $c = 14\text{ cm}$, $\chi = 57°$
b) $b = 21\text{ cm}$, $\beta = 54°$, $\chi = 70$
c) $\alpha = 37{,}5°$, $\chi = 77{,}7°$, $b = 4{,}3\text{ cm}$

Tipp zu Aufgabe 3
Eine Skizze erstellen: Zeichne freihand ein beliebiges Dreieck. Beschrifte das Dreieck und zeichne alle gegebenen Maße (Winkel, Längen) mit Farbe ein.

Lösung zu 3a):



$\sin \chi = \frac{h_b}{a}$; $h_b = \sin \chi \cdot a = \sin 57° \cdot 11\text{ cm} = 9{,}2\text{ cm}$

$\sin \alpha = \frac{h_b}{c} = \frac{9{,}2\text{ cm}}{14\text{ cm}} = 0{,}657$; $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{41°}$

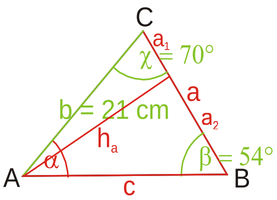
$\boldsymbol{\beta} = 180° - \alpha - \chi = 180° - 41° - 57° = \mathbf{82°}$

$\cos \alpha = \frac{b_1}{c}$ also $b_1 = \cos \alpha \cdot c = \cos 41° \cdot 14\text{ cm} = \mathbf{10{,}6\text{ cm}}$

$\cos \chi = \frac{b_2}{a}$ also $b_2 = \cos \chi \cdot a = \cos 57° \cdot 11\text{ cm} = \mathbf{6{,}0\text{ cm}}$

$\mathbf{b} = b_1 + b_2 = 10{,}6\text{ cm} + 6\text{ cm} = \mathbf{16{,}6\text{ cm}}$

Lösung zu 3b):



$\boldsymbol{\alpha} = 180° - \beta - \chi = 180° - 54° - 70° = \mathbf{56°}$

$\sin \chi = \frac{h_a}{b}$ also $h_a = \sin \chi \cdot b = \sin 70° \cdot 21\text{ cm} = 19{,}7\text{ cm}$

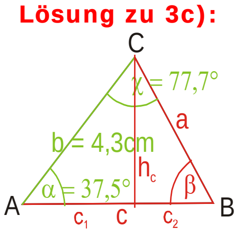
$\sin \beta = \frac{h_a}{c}$ also $\mathbf{c} = \frac{h_a}{\sin \beta} = \frac{19{,}7\text{ cm}}{\sin 54°} = \mathbf{24{,}4\text{ cm}}$

$\cos \chi = \frac{a_1}{b}$ also $\mathbf{a_1} = \cos \chi \cdot b = \cos 70° \cdot 21\text{ cm} = \mathbf{7{,}2\text{ cm}}$

$\cos \beta = \frac{a_2}{c}$ also $\mathbf{a_2} = \cos \beta \cdot c = \cos 54° \cdot 24{,}4\text{ cm} = \mathbf{14{,}3\text{ cm}}$

$\mathbf{a} = a_1 + a_2 = 7{,}2\text{ cm} + 14{,}3\text{ cm} = \mathbf{21{,}5\text{ cm}}$

Lösung zu 3c):



$\boldsymbol{\beta} = 180° - \alpha - \chi = 180° - 37{,}5° - 77{,}7° = \mathbf{64{,}8°}$

$\sin\alpha = \frac{h_c}{b}$ also $h_c = \sin\alpha \cdot b = \sin 37{,}5° \cdot 4{,}3\text{ cm} = 2{,}6\text{ cm}$

$\sin\beta = \frac{h_c}{a}$ also $\mathbf{a} = \frac{h_c}{\sin\beta} = \frac{2{,}6\text{ cm}}{\sin 64{,}8°} = \mathbf{2{,}9\text{ cm}}$

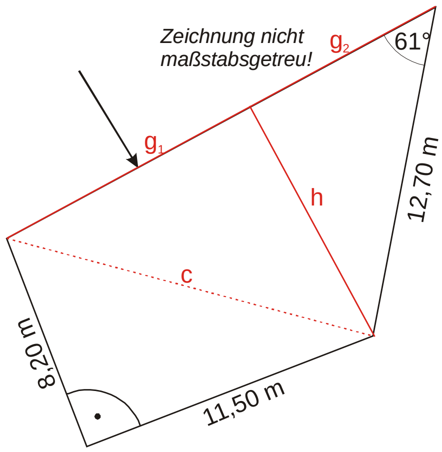
$\cos\alpha = \frac{c_1}{b}$ also $c_1 = \cos\alpha \cdot b = \cos 37{,}5° \cdot 4{,}3\text{ cm} = \mathbf{3{,}4\text{ cm}}$

$\cos\beta = \frac{c_2}{a}$ also $c_2 = \cos\beta \cdot a = \cos 64{,}8° \cdot 2{,}9\text{ cm} = \mathbf{1{,}2\text{ cm}}$

$\mathbf{c} = c_1 + c_2 = 3{,}4\text{ cm} + 1{,}2\text{ cm} = \mathbf{4{,}6\text{ cm}}$

Aufgabe 4

Berechne die mit dem Pfeil gekennzeichnete Strecke des Vierecks.



Lösung zu 4:

c berechnen :

$c^2 = (11{,}50\text{ cm})^2 + (8{,}20\text{ cm})^2$; $c = \sqrt{(11{,}50\text{ cm})^2 + (8{,}20\text{ cm})^2}$; $c = 14{,}1\text{ cm}$

h berechnen :

$\sin 61° = \frac{h}{12{,}70\text{ m}}$; $h = \sin 61° \cdot 12{,}70\text{ m} = 11{,}1\text{ m}$

g_1 berechnen :

$(g_1)^2 = c^2 - h^2 = (14{,}1\text{ cm})^2 - (11{,}1\text{ cm})^2$; $g_1 = \sqrt{(14{,}1\text{ cm})^2 - (11{,}1\text{ cm})^2}$;

$g_1 = 8{,}7\text{ cm}$

g_2 berechnen :

$\cos 61° = \frac{g_2}{12{,}7\text{ m}}$ also $g_2 = \cos 61° \cdot 12{,}7\text{ m} = 6{,}2\text{ cm}$

g berechnen :

$\mathbf{g} = g_1 + g_2 = 8{,}7\text{ cm} + 6{,}2\text{ cm} = \mathbf{14{,}9\text{ cm}}$

Aufgabe 5

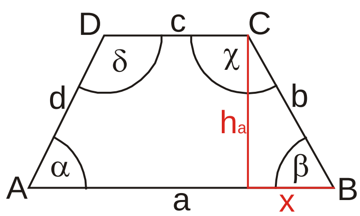
Gegeben ist ein Trapez mit a = 13 cm; c = 2 cm; α = 65° und h_a = 6 cm.

a) Berechne alle fehlenden Seiten und Winkel von diesem Trapez.

b) Wie groß sind Umfang und Flächeninhalt des Trapezes?

Tipp zu Aufgabe 5

Eine Skizze hilft!



Es gilt:

$\alpha = \beta$

$\chi = \delta$

d = b

Lösung zu 5:

$\sin\alpha = \frac{h_a}{d}$ also $d = \frac{h_a}{\sin\alpha} = \frac{6\text{ cm}}{\sin 65°} = 6{,}6\text{ cm}$; $d = b = 6{,}6\text{ cm}$

$\tan\alpha = \frac{h_a}{x}$ also $x = \frac{h_a}{\tan\alpha} = \frac{6\text{ cm}}{\tan 65°} = 2{,}8\text{ cm}$

$a = c + 2 \cdot x = 2\text{ cm} + 2 \cdot 2{,}8\text{ cm} = 7{,}6\text{ cm}$

$\mathbf{u} = a + b + c + d = 7{,}6\text{ cm} + 6{,}6\text{ cm} + 2\text{ cm} + 6{,}6\text{ cm} = \mathbf{22{,}8\text{ cm}}$

$\mathbf{A} = \frac{a + c}{2} \cdot h = \frac{7{,}6\text{ cm} + 2\text{ cm}}{2} \cdot 6\text{ cm} = \mathbf{28{,}8\text{ cm}}$

Aufgabe 6
Gegeben ist ein Parallelogramm, von dem folgende drei Koordinaten gegeben sind: A (1/2); B (5/0); C (7/2)

a) Zeichne das Parallelogramm in ein Koordinatensystem
(1 LE = 1 cm) ein, ermittle hierzu die fehlende Koordinate D.
b) Berechne die Größe aller Seiten und Winkel des Parallelogramms.

Tipp zu Aufgabe 6 b
Um die Seitenlängen zu berechnen helfen dir rechtwinklige Dreiecke, die außerhalb des Parallelogramms liegen.

Lösung zu 6b):

$\tan \varepsilon = \frac{2\text{ cm}}{4\text{ cm}} = 0{,}5$ also $\varepsilon = 26{,}6°$

$\tan \varphi = \frac{2\text{ cm}}{2\text{ cm}} = 1{,}0$ also $\varphi = 45°$

$\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\delta} = 180° - 26{,}6° - 45° = \mathbf{108{,}4°}$

$\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\chi} = \frac{360° - (2 \cdot 108{,}4°)}{2} = \mathbf{71{,}6°}$

Es gilt : a = c

$\sin \varepsilon = \frac{2\text{ cm}}{a}$; $\mathbf{a} = \frac{2\text{ cm}}{\sin 26{,}6°} = \mathbf{4{,}5\text{ cm}}$

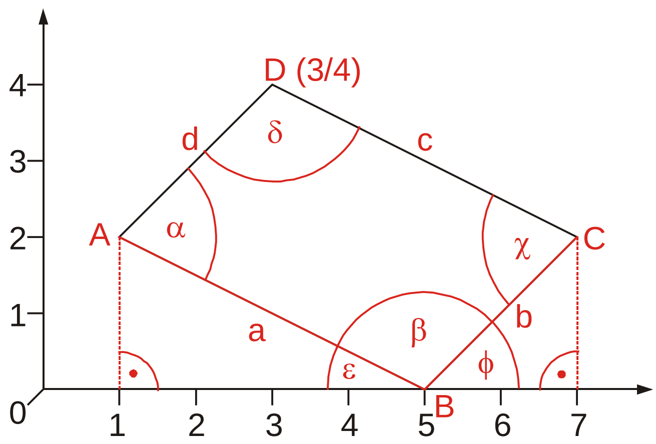
$\mathbf{a} = \mathbf{c} = \mathbf{4{,}5\text{ cm}}$

Es gilt : b = d

$\sin \varphi = \frac{2\text{ cm}}{b}$; $\mathbf{b} = \frac{2\text{ cm}}{\sin 45°} = \mathbf{2{,}8\text{ cm}}$

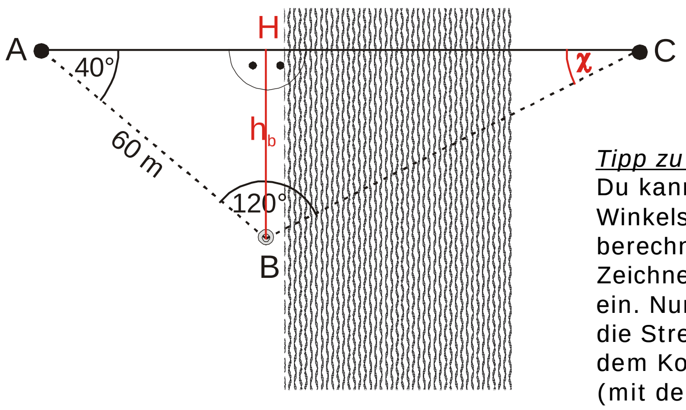
$\mathbf{b} = \mathbf{d} = \mathbf{2{,}8\text{ cm}}$

Lösung zu 6a):



Aufgabe 7
Zwischen den Punkten A und C soll eine Leitung gespannt werden.
Der Winkel α und der Winkel β am Messpunkt B konnten bestimmt werden.
Zudem konnte die Strecke AB ausgemessen werden.

Wie lang muss die Leitung von A nach C sein?



Tipp zu Aufgabe 7
Du kannst χ über die Winkelsumme berechnen.
Zeichne die Höhe h_b ein. Nun kannst du die Strecke AH (mit dem Kosinus) und h_b (mit dem Sinus) berechnen.
Nun berechne die Strecke HC. Durch Addition von AH und HC erhältst du die Strecke AC.

Lösung zu7:

$\chi = 180° - 120° - 40° = 20°$

$\cos 40° = \frac{AH}{60\text{ m}}$; $AH = \cos 40° \cdot 60\text{ m} = 45{,}96\text{ m}$

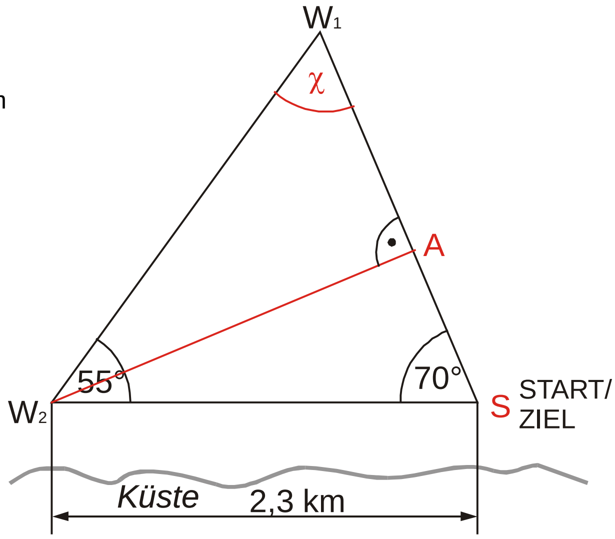
$\sin 40° = \frac{h_b}{60\text{ m}}$; $h_b = \sin 40° \cdot 60\text{ m} = 38{,}57\text{ m}$

$\tan 20° = \frac{h_b}{CH}$ also $CH = \frac{38{,}57\text{ m}}{\tan 20°} = 105{,}96\text{ m}$

$\mathbf{AC} = 45{,}96\text{ m} + 105{,}51\text{ m} = \mathbf{151{,}47\text{ m}}$

Aufgabe 8
Bei einer Segelregatta geht der Kurs wie in der Abbildung angegeben vom Startpunkt über den Wendepunkt W_1. Danach muss der Wendepunkt W_2 umfahren werden und dann geht es 2,3 km an der Küste entlang zurück zum Startpunkt.

Wie lang ist die gesamte Strecke?



Lösung zu 8:

$\chi = 180° - 55° - 70° = 55°$

Da gleichschenklig: $W_1S = W_2S = 2,3\text{ km}$

$\sin 70° = \dfrac{W_2A}{2,3\text{ km}}$ also $W_2A = 2,3\text{ km} \cdot \sin 70° = 2,161\text{ km}$

$\sin \chi° = \dfrac{W_2A}{W_1W_2}$ also $W_1W_2 = \dfrac{2,161\text{ km}}{\sin 55°} = 2,638\text{ km}$

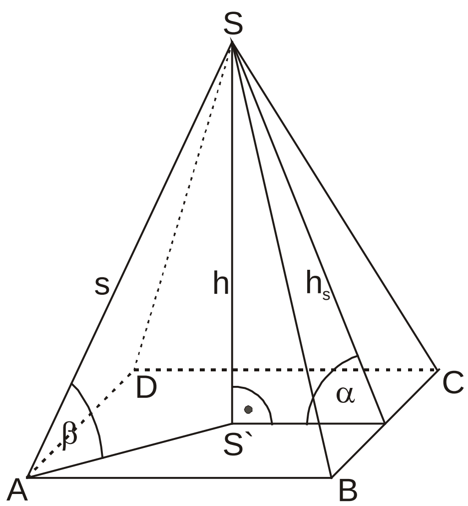
Gesamtstrecke $= 2 \cdot 2,3\text{ km} + 2,638\text{ km} = \mathbf{7,238\text{ km}}$

Tipp zu Aufgabe 9
Denke beim Lösen beider Aufgabenteile an den Pythagoras, er muss vor den Winkelfunktionen angewendet werden.

Aufgabe 9
Ein Turmdach hat die Form einer Pyramide.
Die Grundfläche ist quadratisch mit einer Kantenlänge von 6,5 Meter.
Das Turmdach hat eine Höhe von 4,5 Meter.

a) Berechne die Höhe h_s der Seitenfläche und den Winkel α.

b) Berechne die Strecke AS und den Winkel β.



Lösung zu 9a):

$h_s^2 = h^2 + \left(\dfrac{a}{2}\right)^2$ also $\mathbf{h_s} = \sqrt{(4,5\text{ m})^2 + \left(\dfrac{6,5\text{ m}}{2}\right)^2} = \mathbf{5,6\text{ cm}}$

$\sin \alpha = \dfrac{h}{h_s} = \dfrac{4,5\text{ m}}{5,6\text{ m}} = 0,8036$ also $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{53,5°}$

Lösung zu 9b):

$AS'^2 = \left(\dfrac{a}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{a}{2}\right)^2$ also $AS' = \sqrt{\left(\dfrac{a}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{a}{2}\right)^2}$

$= \sqrt{\left(\dfrac{6,5\text{ cm}}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{6,5\text{ cm}}{2}\right)^2} = 4,6\text{ cm}$

$AS^2 = h^2 + (AS')^2$ also $\mathbf{AS} = \sqrt{(4,5\text{ m})^2 + (4,6\text{ m})^2} = \mathbf{6,4\text{ cm}}$

$\sin \beta = \dfrac{h}{s} = \dfrac{4,5\text{ m}}{6,4\text{ m}} = 0,7031$ also $\boldsymbol{\beta} = \mathbf{44,7°}$

Aufgabe aus dem Lern-modul	**Das habe ich mit dieser Aufgabe gelernt:**	Bearbeitet am:	Kontrolliert am:	Das kann ich gut!	Hier habe ich noch Fragen.	Das hat noch nicht richtig geklappt.
1,2	Ich kann bei beliebigen Dreiecken Winkel und Seitenlängen mit den Winkelfunktionen berechnen.					
3	Ich kann Angaben zu unregelmäßigen Dreiecken in eine Skizze eintragen und fehlende Seitenlängen mit den Winkelfunktionen berechnen.					
4,5,6	Ich kann fehlende Seitenlängen und Winkel in Vierecken mit Hilfe der Winkelfunktionen berechnen.					
7,8	Ich kann mit Hilfe der Winkelfunktionen Winkel und Längen in Sachsituationen berechnen.					
9	Ich kann mit Hilfe der Winkelfunktionen Kanten und Längen an geometrischen Körpern (hier Pyramide) berechnen.					